

# Razvoj algoritma fuzzy optimizacije u hidrodinamičkoj analizi za potrebe projektovanja sistema odbrane od podzemnih voda

Dragoljub Baijić, Dušan Polomčić



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Razvoj algoritma fuzzy optimizacije u hidrodinamičkoj analizi za potrebe projektovanja sistema odbrane od podzemnih voda  
| Dragoljub Baijić, Dušan Polomčić | Tehnika | 2019 | |

10.5937/tehnika1904527B

<http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/0007268>

# odluka o izboru sistema odbrane od podzemnih voda dobijena prethodnom hidrodinamičkom analizom.

Dragoljub Bajić, Dušan Polomčić



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Dragoljub Bajić, Dušan Polomčić | Sistemi za odbranu od podzemnih voda se koriste za zaštitu hidrotehničkih objekata, priobalja, meliorativnih područja, naselja, rudnika, industrijskih područja, predstavljajući značajne segmente bez kojih bi funkcionalnost ovih objekata i područja bila dovedena u pitanje. Posebno složeni sistemi odbrane od podzemnih voda se karakterišu kod ležišta mineralnih sirovina, imajući u vidu njihovu dinamičnost, koja se ogleda u stalnom širenju ležišta, kao i činjenicu da ova ležišta prodiru duboko u stensku masu različitog strukturnog tipa poroznosti, a time i u podzemne vode, različite po hidrodinamičkim osobinama. Upravo ovakav sistem zahteva stalno prilagođavanje novonastalim uslovima, što uslovljava uspostavljanje i razvoj metodskih postupaka za uspešnu odbranu od podzemnih voda u uslovima kontinuiranih promena. Parcijalni pristup rešavanja ove problematike najčešće ne dovodi do efikasnog, odnosno, do optimalnog rešenja sistema odbrane od podzemnih voda. Integracijom različitih faktora koji podrazumevaju tehničke karakteristike sistema odbrane od podzemnih voda, uticaje na životnu sredinu, ekonomske kriterijume i njihove podkriterijume, moguće je sveobuhvatnije sagledati predmetnu problematiku. U cilju rešavanja ovog zadatka primenjeni su različiti postupci: metoda hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda i kombinacija teorije fuzzy logike i višekriterijumske optimizacije. Za projektovanje i izbor karakteristika sistema odbrane od podzemnih voda primenjena je metoda hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda. Tako su definisani elementi sistema za odbranu od podzemnih voda, njihove karakteristike (npr. kapaciteti bunara), njihov raspored u planu i profilu, redosled izvođenja drenažnih objekata, a sve to je povezano sa šemom i dinamikom izvođenja pripremnih i eksploatacionih radova na površinskom kopu. Rezultat primene metode hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda predstavlja dobijajnje više varijantnih rešenja, tj. „scenarija“/„alternativa“ sistema odbrane od podzemnih voda, te je tako omogućeno sagledanje efekata rada različitih sistema odbrane. U dosadašnjoj praksi rešavanja problematike dreniranja površinskih kopova prilikom izbora optimalnog rešenja najčešće se rukovalo ekonomskim kriterijumima. U ovom radu je primenjena savremena metoda odlučivanja u cilju izbora optimalnog sistema odbrane od podzemnih voda, te su „težine“ svih rešenja utvrđivane primenom metode fuzzyoptimizacije, tj. fuzzy analitičko hijerarhijskog procesa (FAHP), baziranog na trougaonim fuzzybrojevima. Primenom navedene metode analizirani su različiti kriterijumi i njihovi podkriterijumi, koji utiču na donošenje optimalnog rešenja. Shodno navedenom, omogućena je održiva odluka o izboru sistema odbrane od podzemnih voda dobijena prethodnom hidrodinamičkom analizom. | Tehnika | 2019

DOI: 10.5937/tehnika1904527B

URI: [dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/7268](http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/7268)

Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду омогућава приступ издањима Факултета и радovima запослених доступним у слободном приступу. - Претрага репозиторијума доступна је на [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

The Digital repository of The University of Belgrade Faculty of Mining and Geology archives faculty publications available in open access, as well as the employees' publications. - The Repository is available at: [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

# odluka o izboru sistema odbrane od podzemnih voda dobijena prethodnom hidrodinamičkom analizom.

Dragoljub Bajić, Dušan Polomčić



Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду

[ДР РГФ]

Dragoljub Bajić, Dušan Polomčić | Sistemi za odbranu od podzemnih voda se koriste za zaštitu hidrotehničkih objekata, priobalja, meliorativnih područja, naselja, rudnika, industrijskih područja, predstavljajući značajne segmente bez kojih bi funkcionalnost ovih objekata i područja bila dovedena u pitanje. Posebno složeni sistemi odbrane od podzemnih voda se karakterišu kod ležišta mineralnih sirovina, imajući u vidu njihovu dinamičnost, koja se ogleda u stalnom širenju ležišta, kao i činjenicu da ova ležišta prodiru duboko u stensku masu različitog strukturnog tipa poroznosti, a time i u podzemne vode, različite po hidrodinamičkim osobinama. Upravo ovakav sistem zahteva stalno prilagođavanje novonastalim uslovima, što uslovljava uspostavljanje i razvoj metodskih postupaka za uspešnu odbranu od podzemnih voda u uslovima kontinuiranih promena. Parcijalni pristup rešavanja ove problematike najčešće ne dovodi do efikasnog, odnosno, do optimalnog rešenja sistema odbrane od podzemnih voda. Integracijom različitih faktora koji podrazumevaju tehničke karakteristike sistema odbrane od podzemnih voda, uticaje na životnu sredinu, ekonomske kriterijume i njihove podkriterijume, moguće je sveobuhvatnije sagledati predmetnu problematiku. U cilju rešavanja ovog zadatka primenjeni su različiti postupci: metoda hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda i kombinacija teorije fuzzy logike i višekriterijumske optimizacije. Za projektovanje i izbor karakteristika sistema odbrane od podzemnih voda primenjena je metoda hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda. Tako su definisani elementi sistema za odbranu od podzemnih voda, njihove karakteristike (npr. kapaciteti bunara), njihov raspored u planu i profilu, redosled izvođenja drenažnih objekata, a sve to je povezano sa šemom i dinamikom izvođenja pripremnih i eksploatacionih radova na površinskom kopu. Rezultat primene metode hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda predstavlja dobijajnje više varijantnih rešenja, tj. „scenarija“/„alternativa“ sistema odbrane od podzemnih voda, te je tako omogućeno sagledanje efekata rada različitih sistema odbrane. U dosadašnjoj praksi rešavanja problematike dreniranja površinskih kopova prilikom izbora optimalnog rešenja najčešće se rukovalo ekonomskim kriterijumima. U ovom radu je primenjena savremena metoda odlučivanja u cilju izbora optimalnog sistema odbrane od podzemnih voda, te su „težine“ svih rešenja utvrđivane primenom metode fuzzyoptimizacije, tj. fuzzy analitičko hijerarhijskog procesa (FAHP), baziranog na trougaonim fuzzybrojevima. Primenom navedene metode analizirani su različiti kriterijumi i njihovi podkriterijumi, koji utiču na donošenje optimalnog rešenja. Shodno navedenom, omogućena je održiva odluka o izboru sistema odbrane od podzemnih voda dobijena prethodnom hidrodinamičkom analizom. | Tehnika | 2019

DOI: 10.5937/tehnika1904527B

URI: [dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/7268](http://dr.rgf.bg.ac.rs/s/repo/item/7268)

Дигитални репозиторијум Рударско-геолошког факултета Универзитета у Београду омогућава приступ издањима Факултета и радovima запослених доступним у слободном приступу. - Претрага репозиторијума доступна је на [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

The Digital repository of The University of Belgrade Faculty of Mining and Geology archives faculty publications available in open access, as well as the employees' publications. - The Repository is available at: [www.dr.rgf.bg.ac.rs](http://www.dr.rgf.bg.ac.rs)

## Razvoj algoritma fuzzy optimizacije u hidrodinamičkoj analizi za potrebe projektovanja sistema odbrane od podzemnih voda

DRAGOLJUB I. BAJIĆ, Univerzitet u Beogradu,  
Rudarsko-geološki fakultet, Beograd  
DUŠAN M. POLOMČIĆ, Univerzitet u Beogradu,  
Rudarsko-geološki fakultet, Beograd

Pregledni rad  
UDC: 622.586:510.644  
556.34:510.644  
DOI: 10.5937/tehnika1904527B

*Sistemi za odbranu od podzemnih voda se koriste za zaštitu hidrotehničkih objekata, priobalja, meliorativnih područja, naselja, rudnika, industrijskih područja, predstavljajući značajne segmente bez kojih bi funkcionalnost ovih objekata i područja bila dovedena u pitanje. Posebno složeni sistemi odbrane od podzemnih voda se karakterišu kod ležišta mineralnih sirovina, imajući u vidu njihovu dinamičnost, koja se ogleda u stalnom širenju ležišta, kao i činjenicu da ova ležišta prodiru duboko u stensku masu različitog strukturnog tipa poroznosti, a time i u podzemne vode, različite po hidrodinamičkim osobinama. Upravo ovakav sistem zahteva stalno prilagođavanje novonastalim uslovima, što uslovljava uspostavljanje i razvoj metodskih postupaka za uspešnu odbranu od podzemnih voda u uslovima kontinuiranih promena. Parcijalni pristup rešavanja ove problematike najčešće ne dovodi do efikasnog, odnosno, do optimalnog rešenja sistema odbrane od podzemnih voda. Integracijom različitih faktora koji podrazumevaju tehničke karakteristike sistema odbrane od podzemnih voda, uticaje na životnu sredinu, ekonomske kriterijume i njihove podkriterijume, moguće je sveobuhvatnije sagledati predmetnu problematiku. U cilju rešavanja ovog zadatka primenjeni su različiti postupci: metoda hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda i kombinacija teorije fuzzy logike i višekriterijumske optimizacije. Za projektovanje i izbor karakteristika sistema odbrane od podzemnih voda primenjena je metoda hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda. Tako su definisani elementi sistema za odbranu od podzemnih voda, njihove karakteristike (npr. kapaciteti bunara), njihov raspored u planu i profilu, redosled izvođenja drenažnih objekata, a sve to je povezano sa šemom i dinamikom izvođenja pripremnih i eksploatacionih radova na površinskom kopu. Rezultat primene metode hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda predstavlja dobijanje više varijantnih rešenja, tj. „scenarija“, „alternativa“ sistema odbrane od podzemnih voda, te je tako omogućeno sagledanje efekata rada različitih sistema odbrane. U dosadašnjoj praksi rešavanja problematike dreniranja površinskih kopova prilikom izbora optimalnog rešenja najčešće se rukovodilo ekonomskim kriterijumima. U ovom radu je primenjena savremena metoda odlučivanja u cilju izbora optimalnog sistema odbrane od podzemnih voda, te su „težine“ svih rešenja utvrđivane primenom metode fuzzy optimizacije, tj. fuzzy analitičko hijerarhijskog procesa (FAHP), baziranog na trougaonim fuzzy brojevima. Primenom navedene metode analizirani su različiti kriterijumi i njihovi podkriterijumi, koji utiču na donošenje optimalnog rešenja. Shodno navedenom, omogućena je održiva odluka o izboru sistema odbrane od podzemnih voda dobijena prethodnom hidrodinamičkom analizom.*

**Ključne reči:** *upravljanje podzemnim vodama, hidrodinamički model, fuzzy logika, trougaoni fuzzy brojevi, znanje eksperta, optimizacija*

### 1. UVOD

Rad je proistekao iz istraživanja koja su izvedena tokom izrade doktorske disertacije [1].

Adresa autora: Dragoljub Bajić, Univerzitet u Beogradu, Rudarsko-geološki fakultet, Beograd, Đušina 7  
e-mail: dragoljub.bajic@rgf.bg.ac.rs  
Rad primljen: 18.04.2019.  
Rad prihvaćen: 31.05.2019.

Cilj rada je da se predstavi uspostavljeni i razvijeni metodski postupak - algoritam, koji je primenjen prilikom izbora i projektovanja sistema odbrane od podzemnih voda, i to u složenim hidrogeološkim uslovima, kao i prilikom dinamičkog razvoja objekata podložnim kontinuiranim promenama. To podrazumeva način primene i rešavanja problema povodom adekvatnog izbora varijante rešenja odbrane od podzemnih voda.

Dve metode se posebno izdvajaju i koriste u sprovedenim istraživanjima: numeričke metode konačnih razlika u okviru hidrodinamičkog modeliranja režima podzemnih voda - hidrodinamička analiza, i fuzzy logika - fuzzy optimizacija (metoda fuzzy analitičko hijerarhijskog procesa - FAHP).

Savremena metoda hidrodinamičkih proračuna bazirana se na numeričkom rešavanju sistema parcijalnih diferencijalnih jednačina trodimenzionalnog kretanja podzemnih voda. Hidrodinamičkim modelom moguće je determinisati parametre porozne sredine (strujne oblasti) i elemente režima podzemnih voda, koji se drugim metodama ne mogu ili se veoma teško mogu odrediti. S druge strane, „eksploatacijom” hidrodinamičkog modela, na osnovu koncepcije dobijenih prognoznih proračuna, predlažu se varijantna rešenja sistema odbrane od podzemnih voda (scenarija ili alternativa).

Kako je najbolji način na koji inženjer ili naučnik može izraziti svoje znanje, iskustvo i mišljenje svakodnevnim verbalnim načinom izražavanja, fuzzy logika čini deo algoritma [2]. Kada je neophodno doneti odluku o optimalnom sistemu odbrane od podzemnih voda, kriterijumi koji utiču na proces odlučivanja ne moraju uvek biti numeričke vrednosti. Korišćenjem fuzzy logike kod višekriterijumskog odlučivanja, kriterijumi se opisuju lingvističkim varijablama [3, 4, 5] i predstavljaju u vidu trougaonog fuzzy broja, pa se na

taj način koristi znanje eksperta da bi se opisao takav sistem. Kako bi se suočilo sa problemom donošenja odluka, primenom metode fuzzy analitičko hijerarhijskog procesa [6, 7] vrši se izbor optimalnog sistema odbrane od podzemnih voda.

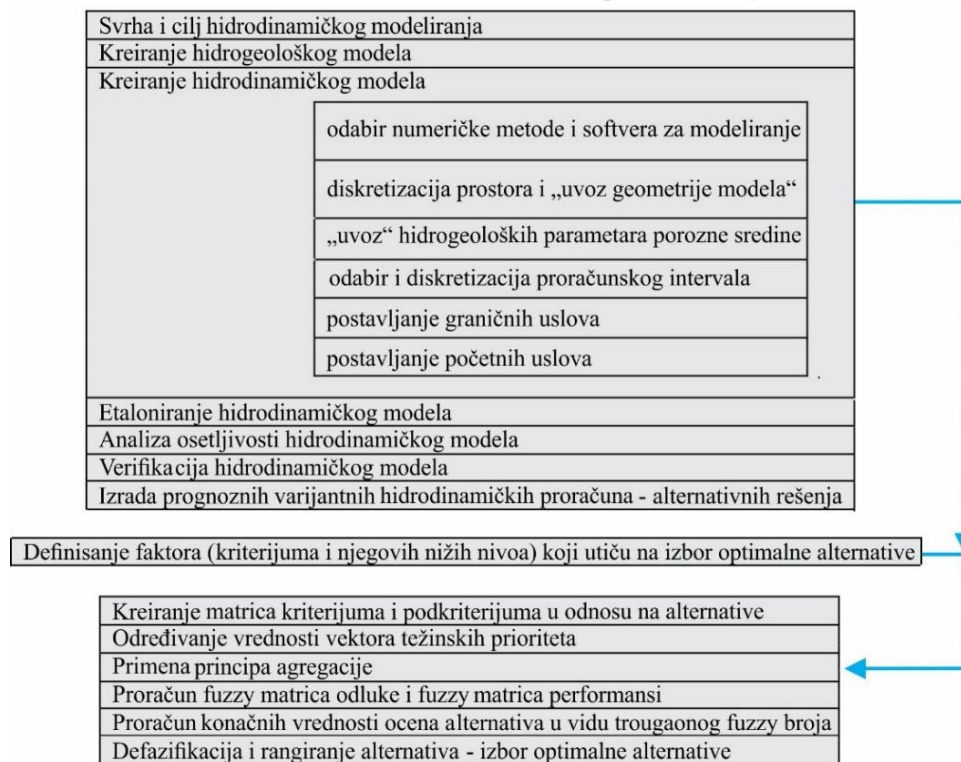
Korišćenjem lingvističkih varijabli vrši se ocenjivanje svih postavljenih kriterijuma i podkriterijuma koji utiču izbor konačne odluke, a matematičkim proračunima utvrđuju se numeričke „težine” svake alternative.

Algoritam projektovanja sistema odbrane od podzemnih voda se sastoji iz tri faze. Prva faza predstavlja uspostavljanje adekvatnog hidrogeološkog modela, zatim primenu hidrodinamičkog modela za potrebe kreiranja alternativnih rešenja sistema odbrane od podzemnih voda i njihovu analizu efekata rada [8, 9].

U drugoj fazi kreiraju se i analiziraju faktori koji utiču na izbor optimalnog rešenja [10], a u trećoj fazi primenjuje se fuzzy višekriterijumsko odlučivanje pri izboru optimalnog sistema odbrane od podzemnih voda [11]. Algoritam je primenjen na više slučajeva iz hidrogeološke prakse [11, 12, 13, 14].

## 2. METODOLOGIJA - PRIKAZ ALGORITMA

Na slici 1 prikazan je algoritam i koraci koji se sprovedu, počevši od definisanja specifičnih problema odbrane od podzemnih voda za posmatrani slučaj od izbora optimalne varijante sistema odbrane.



Slika 1 - Algoritam fuzzy optimizacije u hidrodinamičkoj analizi za potrebe projektovanja sistema odbrane od podzemnih voda

Sa slike 1 se vidi da se izdvajaju tri dela algoritma:

Prvi deo algoritma se sastoji u primeni kompleksne hidrodinamičke analize kojom se omogućava adekvatno formiranje scenarija (sistema) za odbranu od podzemnih voda, kao i analiza efekata odbrane od podzemnih voda.

Na slici 1 su prikazane faze izrade hidrodinamičkog modela. Pre početka izrade i „eksploatacije“ hidrodinamičkog modela - izvođenje varijantnih prognosnih proračuna, neophodno je imati precizno postavljen problem, tj. zadatak koji treba rešiti, što ujedno predstavlja cilj ili svrhu izrade modela. U ovom slučaju to je kreiranje sistema odbrane od podzemnih voda. Ovi koraci se sprovode u softverima za modeliranje režima podzemnih voda, a najširu primenu ima kod „modflow“ [15].

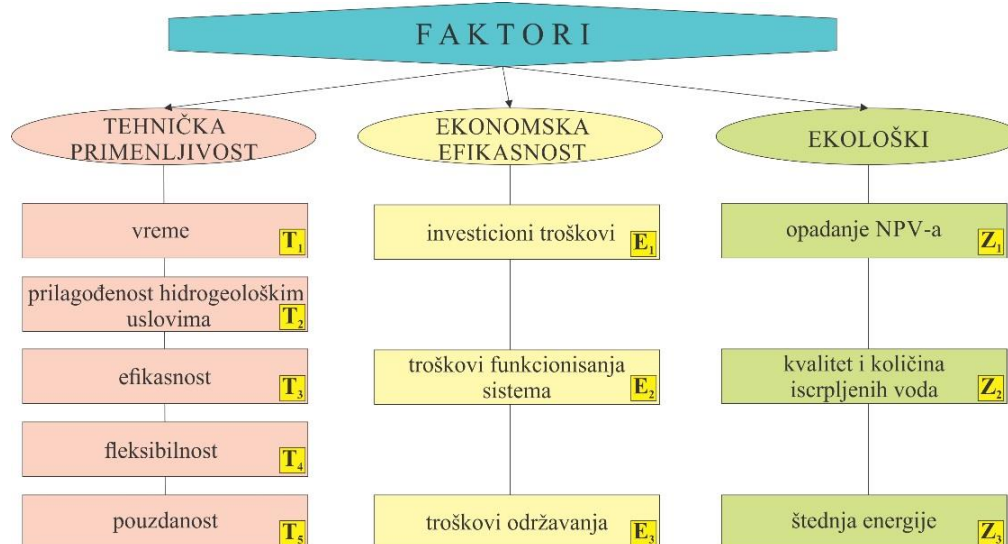
Drugi deo algoritma se odnosi na postavljanje i detaljno analiziranje faktora koji utiču na izbor optimalnog sistema odbrane od podzemnih voda (slika 2).

S obzirom na to da se u dosadašnjoj praksi rešenje biralo uzimanjem u obzir samo ekonomskih faktora

koji, međutim, ne predstavljaju jedini kriterijum prilikom izbora optimalne varijante odbrane objekata od podzemnih voda, predloženi su i ostali kriterijumi i njihovi podkriterijumi koji se mogu smatrati uniformnim za sve slučajeve odbrane od podzemnih voda: rudnici, za zaštitu hidrotehničkih objekata, priobalja, meliorativnih područja, naselja. Osobine svih kriterijuma i podkriterijuma detaljno su opisane u radu [10].

Generalno, teško je naći alternativu koja bi zadovoljila sve kriterijume istovremeno, ali se pronalazi prihvatljiv kompromis. Uopšteno, u hidrogeološkoj inženjerskoj praksi to se odnosi na različite „želje“, pa tako investitor želi ekonomski isplativo rešenje jer to direktno utiče na cenu proizvoda.

S druge strane, širu društvenu zajednicu ne zanima cena, već su „želje“ usmerene ka zaštiti i sprečavanju ugrožavanja životne sredine, dok su „želje“ projektanta usmerene ka izboru efektivnog rešenja koje će ispuniti zadatak projekta, a tu se najvećim delom oslanja na pouzdanost tehničkog rešenja, uzimajući u obzir delimično ekonomske i ekološke faktore.



Slika 2 - Faktori uticaja na izbor optimalnog sistema za odbranu od podzemnih voda [10]

Treći deo algoritma obuhvata ocenjivanje kriterijuma, podkriterijuma i alternativa pomoću metode fuzzy analitičko hijerarhijskog procesa i donosi se konačna odluka o optimalnom sistemu odbrane od podzemnih voda.

Ovakvim postupkom je u hidrogeologiji implementirana fuzzy optimizacija, koja omogućava donošenje odluke kod rešavanja problema u uslovima gde treba uvažiti postojanje više rešenja, a suprostavljenih kriterijuma, pri čemu se analizom svih postavljenih faktora dobija optimalno rešenje. Da bi se lakše vršili kompleksni matematički proračuni vezani za određivanje optimalnog rešenja i analiza osetljivosti, izrađena je namenska aplikacija FUZZY-GWCS® (Fuzzy - Groundwater Control System) [16]. Prema trećem delu

algoritma, postupak donošenja odluke o optimalnom sistemu odbrane od podzemnih voda se vrši u 7 koraka.

Korak 1. Razmatra se postavljeni problem, cilj i definišu se faktori (kriterijumi i njegovi nižih nivou) koji utiču na izbor optimalne alternative.

Korak 2. Pravi se matrica kriterijuma i nižih nivou (podkriterijuma) u odnosu na alternative korišćenjem FAHP skale [5, 7] i trougaonih fuzzy brojeva. Prvo se vrši hijerarhijsko strukturiranje problema. Projektovanje hijerarhije problema je iterativni postupak. Identifikacija nivoua i elemenata služi za formulaciju pitanja: „Da li je i koliko je jedan element bolji od drugog kod poređenja parova u matrici?“ Ako ekspert ima teškoće da odgovori na formulisana pitanja, tada moraju da se modifikuju elementi i nivou, da ne bi došlo



do loše selekcije alternativa i kriterijuma optimalnosti. U sledećoj fazi vrše se procena i sinteza, tj. na osnovu raspoloživih informacija ekspert određuje relativne odnose važnosti svakog para razmatranih elemenata u matrici pomoću FAHP skale. Pri tome, kod razmatranja para elemenata u smislu jedne osobine, a zanemarivanjem ostalih osobina, ekspert odgovara na pitanje da li je i koliko je jedan element bolji od drugog. Kvalitetno pravljenje matrica svih faktora (kriterijuma i podkriterijuma) u odnosu na glavni cilj i alternative, kao i upoređivanje parova u matricama, igraju bitnu ulogu kod izbora optimalne alternative. Prvo se pravi matrica u kojoj se ocenjuju kriterijumi u odnosu na cilj, zatim matrica u kojoj se ocenjuju podkriterijumi, pa matrica u kojoj se ocenjuju alternative:

a) Matrica ocenjivanja kriterijuma. Postupak rangiranja započinje se određivanjem važnosti kriterijuma u odnosu na cilj (postavljeni problem). Pomoću FAHP skale matrica procene kriterijuma se definiše na sledeći način:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix}$$

Treba napomenuti da je  $a_{ij} = 1$  za sve  $i = j$ , ( $i, j = 1, 2, \dots, m$ ) i da je  $a_{ij} = \frac{1}{a_{ji}}$ .

b) Matrica ocenjivanja podkriterijuma. Za zadati kriterijum  $C_j$ , koji se sastoji od  $k_j$  podkriterijuma, utvrđuje se relativan značaj podkriterijuma u zavisnosti od kriterijuma. Na osnovu toga, matrica procene se definiše na sledeći način:

$$A_j = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k_j} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2k_j} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k_j1} & a_{k_j2} & \dots & a_{k_jk_j} \end{bmatrix}$$

c) Matrica ocenjivanja alternativa. U ovom koraku ocenjivanje alternativa se vrši poređenjem parova od  $N$  alternativa u odnosu na svaki od  $K$  podkriterijuma. Na taj način dobijaju se ukupno  $K$  matrica sledeće forme:

$$Y_k = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{bmatrix}$$

gde je  $k = 1, 2, \dots, K$ .

Korak 3. Određuju se vrednosti vektora težinskih prioriteta koje se vrši korišćenjem tzv. „fuzzy extent

analysis“ [6] uz napomenu da se to može definisati i korišćenjem tzv. „extension principle“ [17].

U slučaju prvog postupka, prema definisanim matricama iz koraka 1, vrednosti težinskih prioriteta se definišu pomoću obrazca za određivanje fuzzy sintetičkog stepena za matrice kriterijuma. Na osnovu toga, proračunavaju se i vrednosti težinskih prioriteta:

$$w_i = \sum_{j=1}^m a_{ij} \otimes \left[ \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^m a_{kl} \right]^{-1}$$

gde je  $i = 1, 2, \dots, m$

Svi dobijeni vektori težinskih prioriteta -  $w_i$  se najčešće normalizuju korišćenjem tzv. „extension principle“, koji ima prednost od ostalih obrazaca, jer se smanjuje neizvesnost [7].

Za matrice podkriterijuma vektori težinskih prioriteta podkriterijuma u odnosu na posmatrani kriterijum računaju se, takođe, preko tzv. „fuzzy extent analysis“. Konačne vrednosti težine podkriterijuma se izvode na osnovu principa agregacije na ta dva nivoa:

$$w_j = \left( \sum_{l=1}^{k_j} a_{il} \otimes \left[ \sum_{i=1}^{k_j} \sum_{l=1}^{k_j} a_{il} \right]^{-1} \right) \otimes w_j$$

gde je  $j = 1, 2, \dots, m$ ;  $p = 1, 2, \dots, k_j$

Drugim načinom napisano, a uzimajući u obzir princip agregacije, težine podkriterijuma sa ukupnom „dužinom  $K$ “ mogu se predstaviti kao:

$W = (w_1^1, w_1^2, \dots, w_1^{k_1}; w_2^1, w_2^2, \dots, w_2^{k_2}; \dots; w_j^1, w_j^2, \dots, w_j^{k_j}; \dots; w_m^1, w_m^2, \dots, w_m^{k_m})$   
i, naposljetku, pojednostavljeno:

$$W = (W_1, W_2, \dots, W_K)$$

Kod matrica alternativa sledi korak u kom se ponovo vrši tzv. „fuzzy extent analysis“, a određivanje ocene performansi alternativa  $V_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) u odnosu na  $j$  podkriterijuma ( $j = 1, 2, \dots, K$ ) se izračunava na sledeći način:

$$x_{ij} = \sum_{k=1}^K a_{ik} \otimes \left[ \sum_{l=1}^N \sum_{m=1}^N a_{lm} \right]^{-1}$$

gde su  $i = 1, 2, \dots, N$ ;  $j = 1, 2, \dots, K$ .

Korak 4. Koristi se princip agregacije kako bi se postavili u jedinstveni nivo kriterijumi i podkriterijumi. Ako je  $k_j$  broj podkriterijuma u odnosu na  $j$ -ti kriterijum, ukupan broj podkriterijuma je:

$$K = \sum_{j=1}^m k_j$$

Korak 5. Nakon definisanja i proračuna matrica kriterijuma, podkriterijuma i alternativa i izračunatih vektora težinskih prioriteta vrši se proračun fuzzy matrica odluke i fuzzy matrica performansi:

a) Fuzzy matrica odluke. Dobija se na osnovu proračuna prema tzv. „fuzzy extent analysis“ iz koraka 3 za alternative:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1K} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} & x_{N2} & \dots & x_{NK} \end{bmatrix}$$

b) Fuzzy matrica performansi. Ukupni učinak svake alternative kroz sve podkriterijume predstavljen je fuzzy matricom performansi:

$$Z = \begin{bmatrix} x_{11} \otimes W_1 & x_{12} \otimes W_2 & \dots & x_{1K} \otimes W_K \\ x_{21} \otimes W_1 & x_{22} \otimes W_2 & \dots & x_{2K} \otimes W_K \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{N1} \otimes W_1 & x_{N2} \otimes W_2 & \dots & x_{NK} \otimes W_K \end{bmatrix}$$

Korak 6. Korišćenje osnovnih operatora fuzzy skupova, kao i sumiranjem elemenata iz redova fuzzy matrice performansi, sračunavaju se konačne vrednosti ocena alternativa u vidu trougaonog fuzzy broja:

$$F_i = \sum_{j=1}^K x_{ij} \otimes W_j$$

Korak 7. Defazifikacija i rangiranje alternativa. Defazifikacija se vrši nekom od više poznatih metoda [18], dok optimalnu alternativu čini alternativa sa najvećim težinskim koeficijentom, a čiji je zbir jednak jedinici kada se sumiraju težine svih alternativa. Elementi „ $l$ ,  $s$  i  $d$ “ čine parametre trougaonog fuzzy

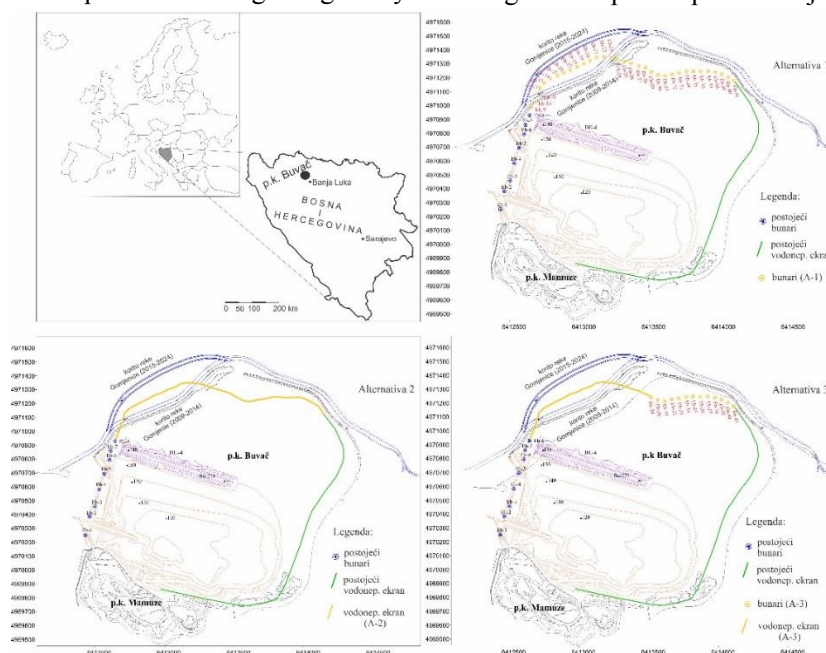
broja. Ovde su određene težine alternativa uvođenjem optimizacionog indeksa  $\lambda$  i računanjem vrednosti tzv. parametra „the total integral value“ -  $I$ , koji izražava stav eksperta prema riziku [19, 20]:

$$I = \frac{(d\lambda + s + (1-\lambda)l)}{2}, \quad \lambda \in [0,1]$$

### 3. PRIKAZ REZULTATA I DISKUSIJA

U cilju prikaza razvijenog algoritma za rešavanje problema vezanih za odbranu od podzemnih voda, izvršena je eksportacija rezultata optimizacionih proračuna sprovedenih u aplikaciji „Fuzzy-GWCS“, specijalno napravljenoj za te namene [15] tokom izrade doktorske disertacije [1].

Izabran je i prikazan jedan od primera na kome je primenjena opisana metodologija, koji se odnosi na limonitsko rudno ležište „Buvač“ (Bosna i Hercegovina). Metodom hidrodinamičkog modeliranja definisana su tri sistema odbrane od podzemnih voda ( $A_1$ ,  $A_2$  i  $A_3$ ) i njihove karakteristike, a zatim, primenom proračuna metode fuzzy optimizacije utvrđen je optimalan sistem (slika 3). Prvo alternativno rešenje sistema odbrane od podzemnih voda čine 33 bunara na severnoj strani površinskog kopa, ukupnog kapaciteta od 107 l/s. Drugu alternativu čini vodonepropusni ekran, na lokaciji umesto 33 bunara iz prve alternative, ukupne dužine od 2 km i dubine od 200 m. Treće alternativno rešenje predstavljaju 13 bunara, ukupnog kapaciteta od 65 l/s i vodonepropusni ekran dužine 1 km i dubine od 200 m. Pošto je cilj rada da se predstavi algoritam projektovanja sistema odbrane i njegovi delovi po fazama, više detalja o izabranom primeru iz hidrogeološke prakse prikazano je u radovima [8, 11].



Slika 3 - Istražno područje



Ulazne elemente u program „Fuzzy-GWCS“ predstavljaju numeričke vrednosti lingvističkih varijabli, koje su definisane FAHP skalom. U tabeli 1 prikazane su vrednosti matrice kriterijuma: tehnički, ekonomski i ekološki, a zatim i proračunate vrednosti njihovih vektora težinskih prioriteta.

U tabelama od 2 do 8 prikazane su matrice podkriterijuma, matrice alternativa, kao i vrednosti proračunatih vektora težinskih prioriteta podkriterijuma u odnosu na posmatrani kriterijum i težine alternativa, poštujući sve navedene podkriterijum.

Tabela 1. Ocenjivanje kriterijuma

|   | Tehnički kriterijum (T) |   |     | Ekonomski kriterijum (E) |      |   | Ekološki kriterijum (Ž) |     |     | Težine       |              |              |
|---|-------------------------|---|-----|--------------------------|------|---|-------------------------|-----|-----|--------------|--------------|--------------|
| T | 1                       | 1 | 1   | 0,66                     | 1    | 2 | 0,5                     | 1   | 1,5 | <b>0,166</b> | <b>0,328</b> | <b>0,660</b> |
| E | 0,5                     | 1 | 1,5 | 1                        | 1    | 1 | 1                       | 1,5 | 2   | <b>0,192</b> | <b>0,382</b> | <b>0,660</b> |
| Ž | 0,66                    | 1 | 2   | 0,5                      | 0,66 | 1 | 1                       | 1   | 1   | <b>0,166</b> | <b>0,290</b> | <b>0,587</b> |

Tabela 2. Ocenjivanje tehničkih podkriterijuma

|                | T <sub>1</sub> |      |      | T <sub>2</sub> |       |      | T <sub>3</sub> |      |   | T <sub>4</sub> |   |   | T <sub>5</sub> |   |   |
|----------------|----------------|------|------|----------------|-------|------|----------------|------|---|----------------|---|---|----------------|---|---|
| T <sub>1</sub> | 1              | 1    | 1    | 0,2            | 0,33  | 1    | 3              | 5    | 7 | 5              | 7 | 9 | 1              | 3 | 5 |
| T <sub>2</sub> | 1              | 3    | 5    | 1              | 1     | 1    | 3              | 4    | 5 | 5              | 7 | 9 | 5              | 6 | 7 |
| T <sub>3</sub> | 0,14           | 0,2  | 0,33 | 0,2            | 0,25  | 0,33 | 1              | 1    | 1 | 1              | 2 | 3 | 1              | 3 | 5 |
| T <sub>4</sub> | 0,11           | 0,14 | 0,2  | 0,11           | 0,14  | 0,2  | 0,33           | 0,5  | 1 | 1              | 1 | 1 | 1              | 1 | 1 |
| T <sub>5</sub> | 0,2            | 0,33 | 1    | 0,14           | 0,166 | 0,2  | 0,2            | 0,33 | 1 | 1              | 1 | 1 | 1              | 1 | 1 |

Tabela 3. Vrednosti proračunatih vektora težinskih prioriteta tehničkih podkriterijuma

|                | Težine       |              |              |
|----------------|--------------|--------------|--------------|
| T <sub>1</sub> | <b>0,152</b> | <b>0,331</b> | <b>0,684</b> |
| T <sub>2</sub> | <b>0,223</b> | <b>0,425</b> | <b>0,803</b> |
| T <sub>3</sub> | <b>0,050</b> | <b>0,131</b> | <b>0,287</b> |
| T <sub>4</sub> | <b>0,038</b> | <b>0,056</b> | <b>0,101</b> |
| T <sub>5</sub> | <b>0,038</b> | <b>0,057</b> | <b>0,125</b> |

Tabela 4. Ocenjivanje ekonomskih podkriterijuma

|                | E <sub>1</sub> |   |   | E <sub>2</sub> |      |   | E <sub>3</sub> |      |      | Težine       |              |              |
|----------------|----------------|---|---|----------------|------|---|----------------|------|------|--------------|--------------|--------------|
| E <sub>1</sub> | 1              | 1 | 1 | 0,2            | 0,33 | 1 | 0,2            | 0,25 | 0,33 | <b>0,076</b> | <b>0,121</b> | <b>0,267</b> |
| E <sub>2</sub> | 1              | 3 | 5 | 1              | 1    | 1 | 0,33           | 0,5  | 1    | <b>0,127</b> | <b>0,344</b> | <b>0,802</b> |
| E <sub>3</sub> | 3              | 4 | 5 | 1              | 2    | 3 | 1              | 1    | 1    | <b>0,273</b> | <b>0,535</b> | <b>1,031</b> |

Tabela 5. Ocenjivanje ekoloških podkriterijuma

|                | Ž <sub>1</sub> |       |       | Ž <sub>2</sub> |   |     | Ž <sub>3</sub> |   |     | Težine       |              |              |
|----------------|----------------|-------|-------|----------------|---|-----|----------------|---|-----|--------------|--------------|--------------|
| Ž <sub>1</sub> | 1              | 1     | 1     | 1,5            | 2 | 2,5 | 2,5            | 3 | 3,5 | <b>0,383</b> | <b>0,554</b> | <b>0,776</b> |
| Ž <sub>2</sub> | 0,4            | 0,5   | 0,667 | 1              | 1 | 1   | 0,667          | 1 | 1,5 | <b>0,158</b> | <b>0,231</b> | <b>0,351</b> |
| Ž <sub>3</sub> | 0,286          | 0,333 | 0,4   | 0,667          | 1 | 1,5 | 1              | 1 | 1   | <b>0,149</b> | <b>0,215</b> | <b>0,322</b> |

Tabela 6. Ocenjivanje alternativa za tehničke podkriterijume

|                | A <sub>1</sub> |      |      | A <sub>2</sub> |      |      | A <sub>3</sub> |      |   | Težine       |              |              |
|----------------|----------------|------|------|----------------|------|------|----------------|------|---|--------------|--------------|--------------|
| T <sub>1</sub> | 1              | 1    | 1    | 3              | 4    | 5    | 3              | 5    | 7 | <b>0,356</b> | <b>0,669</b> | <b>1,218</b> |
|                | 0,2            | 0,25 | 0,33 | 1              | 1    | 1    | 1              | 2    | 3 | <b>0,112</b> | <b>0,217</b> | <b>0,406</b> |
|                | 0,14           | 0,2  | 0,33 | 0,33           | 0,5  | 1    | 1              | 1    | 1 | <b>0,075</b> | <b>0,114</b> | <b>0,218</b> |
| T <sub>2</sub> | 1              | 1    | 1    | 0,2            | 0,25 | 0,33 | 0,2            | 0,33 | 1 | <b>0,076</b> | <b>0,121</b> | <b>0,267</b> |
|                | 3              | 4    | 5    | 1              | 1    | 1    | 0,33           | 0,5  | 1 | <b>0,236</b> | <b>0,420</b> | <b>0,802</b> |
|                | 1              | 3    | 5    | 1              | 2    | 3    | 1              | 1    | 1 | <b>0,164</b> | <b>0,459</b> | <b>1,031</b> |

|                |      |       |      |      |      |      |      |      |      |              |              |              |
|----------------|------|-------|------|------|------|------|------|------|------|--------------|--------------|--------------|
| T <sub>3</sub> | 1    | 1     | 1    | 0,11 | 0,14 | 0,2  | 0,33 | 0,5  | 1    | <b>0,061</b> | <b>0,092</b> | <b>0,175</b> |
|                | 5    | 7     | 9    | 1    | 1    | 1    | 0,14 | 0,2  | 0,33 | <b>0,261</b> | <b>0,460</b> | <b>0,821</b> |
|                | 1    | 2     | 3    | 3    | 5    | 7    | 1    | 1    | 1    | <b>0,212</b> | <b>0,448</b> | <b>0,874</b> |
| T <sub>4</sub> | 1    | 1     | 1    | 0,11 | 0,14 | 0,2  | 7    | 8    | 9    | <b>0,283</b> | <b>0,390</b> | <b>0,556</b> |
|                | 5    | 7     | 9    | 1    | 1    | 1    | 0,14 | 0,2  | 0,33 | <b>0,214</b> | <b>0,349</b> | <b>0,563</b> |
|                | 0,11 | 0,125 | 0,14 | 3    | 5    | 7    | 1    | 1    | 1    | <b>0,143</b> | <b>0,261</b> | <b>0,443</b> |
| T <sub>5</sub> | 1    | 1     | 1    | 0,2  | 0,25 | 0,33 | 0,33 | 0,5  | 1    | <b>0,083</b> | <b>0,134</b> | <b>0,267</b> |
|                | 3    | 4     | 5    | 1    | 1    | 1    | 0,2  | 0,33 | 1    | <b>0,229</b> | <b>0,407</b> | <b>0,802</b> |
|                | 1    | 2     | 3    | 1    | 3    | 5    | 1    | 1    | 1    | <b>0,164</b> | <b>0,459</b> | <b>1,031</b> |

Tabela 7. Ocenjivanje alternativa za ekonomske podkriterijume

| A <sub>1</sub> |   |   | A <sub>2</sub> |      |       | A <sub>3</sub> |      |      | Težine |              |              |              |
|----------------|---|---|----------------|------|-------|----------------|------|------|--------|--------------|--------------|--------------|
| E <sub>1</sub> | 1 | 1 | 1              | 0,11 | 0,11  | 0,14           | 0,11 | 0,14 | 0,2    | <b>0,045</b> | <b>0,055</b> | <b>0,082</b> |
|                | 7 | 9 | 9              | 1    | 1     | 1              | 0,2  | 0,33 | 1      | <b>0,300</b> | <b>0,457</b> | <b>0,670</b> |
|                | 5 | 7 | 9              | 1    | 3     | 5              | 1    | 1    | 1      | <b>0,256</b> | <b>0,487</b> | <b>0,914</b> |
| E <sub>2</sub> | 1 | 1 | 1              | 0,11 | 0,125 | 0,14           | 0,14 | 0,2  | 0,33   | <b>0,049</b> | <b>0,067</b> | <b>0,102</b> |
|                | 7 | 8 | 9              | 1    | 1     | 1              | 0,2  | 0,33 | 1      | <b>0,322</b> | <b>0,475</b> | <b>0,761</b> |
|                | 3 | 5 | 7              | 1    | 3     | 5              | 1    | 1    | 1      | <b>0,196</b> | <b>0,458</b> | <b>0,900</b> |
| E <sub>3</sub> | 1 | 1 | 1              | 0,11 | 0,14  | 0,2            | 0,2  | 0,25 | 0,33   | <b>0,056</b> | <b>0,078</b> | <b>0,122</b> |
|                | 5 | 7 | 9              | 1    | 1     | 1              | 0,2  | 0,33 | 1      | <b>0,263</b> | <b>0,470</b> | <b>0,879</b> |
|                | 3 | 4 | 5              | 1    | 3     | 5              | 1    | 1    | 1      | <b>0,212</b> | <b>0,451</b> | <b>0,879</b> |

Tabela 8. Ocenjivanje alternativa za ekološke podkriterijume

| A <sub>1</sub> |      |      | A <sub>2</sub> |      |       | A <sub>3</sub> |   |   | Težine |              |              |              |
|----------------|------|------|----------------|------|-------|----------------|---|---|--------|--------------|--------------|--------------|
| Ž <sub>1</sub> | 1    | 1    | 1              | 3    | 4     | 5              | 7 | 9 | 9      | <b>0,444</b> | <b>0,649</b> | <b>0,912</b> |
|                | 0,2  | 0,25 | 0,33           | 1    | 1     | 1              | 3 | 5 | 7      | <b>0,169</b> | <b>0,290</b> | <b>0,506</b> |
|                | 0,11 | 0,11 | 0,14           | 0,14 | 0,2   | 0,33           | 1 | 1 | 1      | <b>0,050</b> | <b>0,061</b> | <b>0,089</b> |
| Ž <sub>2</sub> | 1    | 1    | 1              | 1    | 2     | 3              | 7 | 9 | 9      | <b>0,355</b> | <b>0,552</b> | <b>0,785</b> |
|                | 0,33 | 0,5  | 1              | 1    | 1     | 1              | 5 | 7 | 9      | <b>0,250</b> | <b>0,391</b> | <b>0,665</b> |
|                | 0,11 | 0,11 | 0,14           | 0,11 | 0,14  | 0,2            | 1 | 1 | 1      | <b>0,048</b> | <b>0,057</b> | <b>0,081</b> |
| Ž <sub>3</sub> | 1    | 1    | 1              | 1    | 3     | 5              | 7 | 9 | 9      | <b>0,355</b> | <b>0,602</b> | <b>0,912</b> |
|                | 0,2  | 0,33 | 1              | 1    | 1     | 1              | 5 | 6 | 7      | <b>0,245</b> | <b>0,339</b> | <b>0,547</b> |
|                | 0,11 | 0,11 | 0,14           | 0,14 | 0,166 | 0,2            | 1 | 1 | 1      | <b>0,049</b> | <b>0,059</b> | <b>0,081</b> |

Nakon unosa vrednosti ocena iz FAHP skale, primenjuje se princip agregacije i vrši proračun težina kriterijuma sa težinama svojih podkriterijumima, i dobijaju se konačne vrednosti „težina“ podkriterijuma. Pored toga, računskim operacijama u namenskom programu „Fuzzy-GWCS“ dobijaju se vrednosti matrice performansi. Proračunate konačne vrednosti sve tri alternative u vidu trougaonog fuzzy broja, zatim konačne

vrednosti „težina“ alternativa u vidu ne-fuzzy broja kao i vrednosti optimizacionog indeksa prikazane su u tabeli 9. Najbolja ocena predstavljena je najvišom vrednosti „težine“ alternative. Na taj način, optimalnu varijantu sistema odbrane od podzemnih voda čini alternativa broj 2. Na drugom mestu nalazi se alternativa broj 3, a kao najnepovoljnije rešenje je alternativa 1.

Tabela 9. Rangiranje i izbor optimalne alternative

| FUZZY BROJ            |       |       |       | OPTIMIZACIONI INDEKS |               |             | FINALNO RANGIRANJE |
|-----------------------|-------|-------|-------|----------------------|---------------|-------------|--------------------|
|                       | L     | S     | D     | $\lambda=0$          | $\lambda=0,5$ | $\lambda=1$ |                    |
| A1                    | 0,066 | 0,309 | 1,684 | 0,321                | 0,277         | 0,270       | 3                  |
| A2                    | 0,066 | 0,390 | 2,457 | 0,390                | 0,387         | 0,386       | 1                  |
| A3                    | 0,037 | 0,301 | 2,233 | 0,289                | 0,336         | 0,344       | 2                  |
| OPTIMALNA ALTERNATIVA |       |       |       | A2                   |               |             |                    |

#### 4. ZAKLJUČAK

Razvijeni specifični algoritam, čiji se doprinos ogleda u optimalnom izboru sistema odbrane od podzemnih voda, formiran je zarad rešavanja aktuelnih i kompleksnih hidrogeoloških problema odbrane od podzemnih voda, kao i povodom odvodnjavanja različitih objekata, pod kojim se podrazumevaju: naselja, hidrotehnički objekti, priobalja, meliorativna područja, industrijske zone i rudnici.

Uspostavljanje kvalitetnog hidrodinamičkog modela predstavlja osnov za prognozne proračune, iz kojih slede varijantna rešenja sistema odbrane od podzemnih voda, prikaz njegovih karakteristika, kao i efekata odvodnjavanja za svaku varijantu, a zatim i izbor optimalnog rešenja primenom višekriterijumskog odlučivanja.

Polazeći od činjenice da je često neizvestan veliki broj elemenata prilikom kreiranja modela za donošenje odluka i od toga da nije moguće u većini slučajeva odrediti tačne numeričke vrednosti za poređenje odluka, primenjena je fuzzy optimizacija koja koristi logički pristup eksperta za kreiranje hijerarhije problema (cilj-kriterijumi-podkriterijumi-alternative), a zatim je primenjena i za donošenje odluke o optimalnom sistemu odbrane od podzemnih voda.

Tokom istraživanja primenjen je i testiran navedeni koncept na izuzetno složenom primeru odbrane od podzemnih voda ležišta mineralnih sirovina sa gledišta hidrogeologije, odnosno hidrodinamike. Kompleksnost problematike ovakvih područja ogleda se u njihovoj dinamičnosti, odnosno, u kontinuiranim promenama koje su vidne u stalnom širenju ležišta i koje zahtevaju efikasan i fleksibilan sistem odbrane od podzemnih voda.

Prikazanim interdisciplinarnim pristupom koji povezuje hidrogeologiju i hidrodinamiku sa fuzzy optimizacijom, odnosno, hidrogeologiju i hidrodinamiku sa matematikom, logikom i višekriterijumskim odlučivanjem, doprinosi se kvalitetnom i održivom upravljanju problematikom odvodnjavanja na područjima i na objektima ugroženim od podzemnih voda.

#### 5. ZAHVALNICA

Autori se zahvaljuju Ministarstvu prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije za finansiranje projekata OI-176022, TR-33039 i III-43004.

#### LITERATURA

- [1] Bajić D, Fazi optimizacija u hidrodinamičkoj analizi za potrebe projektovanja sistema odbrane od podzemnih voda. *Doktorska disertacija*, Univerzitet u Beogradu, Rudarsko geološki fakultet, 296 pp., 2016.
- [2] Bajić D, Polomčić D, Jemcov I, The purpose of fuzzy logic in hydrogeological practice. In Cvetković V. (Ed.), *Proceedings of the XVI Serbian Geological Congress*, Donji Milanovac, Serbia, 22-25 May 2014, pp. 424-429. Belgrade: Serbian Geological Society, 2014.
- [3] Saaty T. L, *The analytic hierarchy process: Planning, Priority Setting, Resource Allocation*, 287 pp. New York: McGraw-Hill, 1980.
- [4] Saaty T. L. How to make a decision: The analytic hierarchy process. *European Journal of Operational Research*, 48(1): 9-26, 1990.
- [5] Tolga E, Demircan M. & Kahraman C, Operating system selection using fuzzy replacement analysis and analytic hierarchy process. *International Journal of Production Economics*, 97: 89-117, 2005.
- [6] Chang D. Y, Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. *European Journal of Operational Research*, 95: 649-655, 1996.
- [7] Deng H, Multicriteria analysis with fuzzy pair-wise comparison. *International Journal of Approximate Reasoning*, 21:215-231, 1999.
- [8] Polomčić D. & Bajić D, Application of Groundwater modeling for designing a dewatering system: Case study of the Buvač Open Cast Mine, Bosnia and Herzegovina. *Geologia Croatica*, 68(2): 123-137. DOI:10.4154/gc.2015.07, 2015.

- [9] Polomčić D. & Bajić D, Primena hidrodinamičkih prognoznih proračuna na primeru crpne stanice „Bezdan 1“. *Tehnika*, 69(6): 956-962, 2014.
- [10] Bajić D, Polomčić D. & Močević J, Factors that influence the selection of an optimal groundwater protection system at open-pit mines. *Proceedings of the VII International Conference "Coal 2015"*, Zlatibor, Serbia, 14-17 October, 2015; Pavlović V, Eds.; Yugoslav Opencast Mining Committee: Belgrade; pp. 9-16, 2015.
- [11] Bajić D, Polomčić D. & Ratković J, Multi-criteria decision analysis for the purposes of groundwater control system design. *Water Resources Management*, 31(15): 4759-4784. DOI: 10.1007/s11269-017-1777-4, 2017.
- [12] Bajić D. & Polomčić D, Fuzzy optimization in hydrodynamic analysis of groundwater control systems: Case study of the pumping station "Bezdan 1", Serbia. *Geološki anali Balkanskoga poluostrva*, 75: 103-110. DOI: 10.2298/GABP1475103B, 2014.
- [13] Bajić D, Polomčić D, Ristić Vakanjac V, Ratković J, & Čokorilo Ilić M. Application of the VIKOR and FAHP multi-criteria optimisation methods for choosing the optimal groundwater control system: case of pumping station Bezdan 1 (Serbia). *Proceedings of the national conference with international participation „Geosciences 2017"*, Sofia, Bulgaria, 07-08 December, 2017; Yotzo Y., Ed.; Bulgarian Geological Society: Sofia; pp. 131-132, 2017.
- [14] Bajić D, Polomčić D, Ratković J. & Pajić P, The application of fuzzy optimization in hydrodynamic analysis. In Ganić M. (Ed.), *Proceedings of the XVII Serbian Geological Congress*, Vrnjačka banja, Serbia, 17-20 May 2018, pp. 429-432. Belgrade: Serbian Geological Society, 2018.
- [15] Bajić D, Polomčić D, Dašić T, Ratković J. & Čokorilo V, Ilić M, Determining the optimal groundwater control system using Fuzzy-GWCS® application. *Proceedings of the VIII International Conference "Coal 2017"*, Zlatibor, Serbia, 11-14 October, 2017; Pavlović V, Eds.; Yugoslav Opencast Mining Committee: Belgrade; pp. 9-16, 2017.
- [16] Harbaugh A. W, Banta E. R, Hill M. C. and McDonald M. G, MODFLOW-2000: The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model, *User Guide to Modularization Concepts and the Ground-Water Flow Process*, U.S. Geological Survey Open-File Report 00-92, Reston, VA, USA, pp 121, 2000.
- [17] Zadeh L. A, The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information sciences*, 8: 199-249, 1975.
- [18] Van Leekwijck W. & Kerre E. E, Defuzzification: criteria and classification. *Fuzzy Sets and Systems*, 108(2): 159-178, 1999.
- [19] Liou T. S. & Wang M. J. J, Ranking fuzzy numbers with integral value. *Fuzzy Sets and Systems*, 50(3):247-256, 1992.
- [20] Kwang H. C. & Lee H. J, A method for ranking fuzzy numbers and its application to decision making. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 7(6): 677-685, 1999.

## SUMMARY

### DEVELOPMENT OF THE ALGORITHM OF FUZZY OPTIMIZATION IN THE HYDRODYNAMIC ANALYSIS FOR THE PURPOSES OF GROUNDWATER CONTROL SYSTEM DESIGN

*Groundwater control systems are used to safeguard hydraulic structures, riparian lands, hydraulic reclamation zones, populated areas, mining operations, industrial areas and the like. They constitute important functional segments, without which the safety of such structures or areas would be compromised. Especially complex protection systems against groundwater are found in mining operations, given the dynamics resulting from constant expansion and the fact that such operations reach deep into rock masses of varying structural porosity and, consequently, come into contact with groundwaters that feature different hydrodynamic properties. In such circumstances, a groundwater control system needs to continually adapt to new conditions and methodical procedures have to be developed for effective protection against groundwater in a constantly changing environment. A partial approach seldom leads to an effective or optimal protection solution. A comprehensive study of the problem is needed, which integrates various factors, including technical characteristics of the protection system, environmental impact, and economic criteria and sub-criteria. Different methods are applied to address the task: hydrodynamic modeling of the groundwater regime and a combination of the fuzzy logic theory and multicriteria optimization. Hydrodynamic modeling of the groundwater regime was the method used to design and select the characteristics of the protection system against groundwater. This included the definition of the protection system components, their characteristics (e.g. well capacity), distribution in plan view and elevation, and sequence of construction of drainage components, all closely linked with the configuration and timetable of preparatory and extraction activities in the open-pit mine. The outcome of hydrodynamic modeling of the groundwater regime included several scenarios/alternatives of the protection system against groundwater, in order to gain insight into the effectiveness of different protection system approaches. In the past, optimal open-pit mine drainage solutions have generally been based on economic criteria. In the present paper, however, a contemporary decision-making method is applied to select the optimal protection system against groundwater. The "weights" of all potential solutions were determined by fuzzy optimization (i.e. a fuzzy analytical-hierarchical process), based on triangular fuzzy numbers. Various criteria and sub-criteria, which affect the selection of the optimal solution, were analyzed applying this method. As a result of the hydrodynamic analysis, it was possible to reach a sustainable decision regarding the selection of the groundwater control system.*

**Key words:** groundwater management, hydrodynamic model, fuzzy logic, triangular fuzzy numbers, expert judgment, optimization