

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ  
РУДАРСКО-ГЕОЛОШКИ ФАКУЛТЕТ

Лука Р. Црногорац

**СТРАТЕШКО ПЛАНИРАЊЕ  
ФУНКЦИОНАЛНОСТИ ПОДЗЕМНИХ  
ПРОСТОРИЈА МОДЕЛОМ ПРОГНОЗЕ  
ДЕФОРМАЦИЈА**

Докторска дисертација

Београд, 2023.

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MINING AND GEOLOGY

Luka R. Crnogorac

**STRATEGIC PLANNING OF FUNCTIONALITY  
OF UNDERGROUND ROADWAYS USING THE  
DEFORMATIONS FORECASTING MODEL**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2023

Ментор:

---

**Др Раде Токалић, редовни професор**  
Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет  
Ужа научна област, Рударски радови, израда подземних просторија и рударски материјали

Чланови комисије:

---

**Др Сузана Лутовац, ванредни професор**  
Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет  
Ужа научна област, Рударски радови, израда подземних просторија и рударски материјали

---

**Др Милош Глигорић, доцент**  
Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет  
Ужа научна област, Рударски радови, израда подземних просторија и рударски материјали

---

**Др Радоје Пантовић, редовни професор**  
Универзитет у Београду – Технички факултет у Бору  
Ужа научна област, Рударство и геологија

Датум одбране: \_\_\_\_\_

## *Захвалност*

*Ова докторска дисертација је резултат заједничког рада аутора и ментора. Изузетну захвалност дугујем ментору др Радету Токалићу, редовном професору на Рударско-геолошком факултету на свакодневној моралној подржци, саветима, ангажовању и стручној помоћи при реализацији научно-истраживачког рада.*

*Изузетну захвалност дугујем и чановима комисије др Сузани Лутовац, ванредном професору на Рударско-геолошком факултету и др Милошу Глигорићу, доценту на Рударско-геолошком факултету на корисним саветима и сугестијама, стручној помоћи, техничкој, лекторској и моралној подршци као и др Радоју Пантовићу, редовном професору Техничког факултета у Бору Универзитета у Београду на корисним саветима и сугестијама везаним за тему докторске дисертације.*

*Велику захвалност дугујем др Зорану Глигорићу, редовном професору на Рударско-геолошком факултету на конструктивним саветима, помоћи приликом прегледа и одабира литературе, помоћи око избора методе истраживања и обради добијених резултата и др Александру Ганићу, редовном професору на Рударско-геолошком факултету на корисним саветима из области рударских мерења и пружању моралне подршке при изради докторске дисертације.*

*Захвалан сам колегама Александру Бојанићу, маг. инж. рударства и Александру Ђорђевићу, маг. инж. рударства на стручним саветима и помоћи приликом израде дисертације.*

*Захвалан сам свим члановима Катедре за рударске радове и израду подземних просторија који чине моје радно окружење пријатним и продуктивним.*

*Захвалан сам колегама запосленим на Рударско-геолошком факултету на дружењу, пријатљским саветима и речима подршке.*

*Захвалан сам својим колегама и другарима са студија, одговорним и преданим рударским инжењерима који представљају светлу будућности рударства на сарадњи, подршци, корисним саветима и будућим заједничким подухватима.*

*Захвалан сам својим пријатељима који ме мотивишу у свакодневним ситуацијама да наставим да се усавршавам.*

*Највећу захвалност дугујем својој породици која је увек ту за мене да пружи потребну подршку, мотивацију и разумевање.*

*Докторска дисертација посвећена је мојим родитељима Марији и Рајку.*

## **Сажетак:**

Релативно велике деформације подградне конструкције у подземним рудницима угља у Републици Србији представљају један од главних проблема за постизање планиране производње угља. Деформације подграде су директна последица статичких и динамичких оптерећења стенске масе и у многоме зависе и од времена трајања изложености подграде утицају подземног притиска. Код ниско механизованог радног процеса долази до повећаног излагања подземних просторија утицају подземног притиска услед дугог производног циклуса који је често пропраћен застојима у раду. Веома често подземне просторије се санирају и по више пута у току свог експлоатационог века јер услед развоја деформација долази до нарушавања њихове стабилности и функционалности, а самим тим и безбедности запосленог особља. Сам процес санације је веома сложен како са технолошке тако и са економске и организационе стране гледишта.

У докторској дисертацији је у циљу планирања функционалности подземних просторија, развијен модел заснован на теорији сивих система, стохастичких и ауторегресионих процеса за обраду прикупљених података на основу које се врши прогноза деформација челичне лучне подградне конструкције у жељеном временском интервалу. Развијени модел као улазне податке користи прираштаје деформација добијене систематским праћењем развоја деформација модерним инструментима у дефинисаним тачкама (маркерима) распоређеним на челичној лучној подградној конструкцији у истим временским интервалима опажања.

Предвиђена тачност података на основу положаја маркера постављених дуж унутрашњег обода подградне конструкције показује високу тачност са средњом апсолутном процентуалном грешком од 0,2143%.

Описани модел могу успешно да користе рударски инжењери у подземним рудницима угља за предвиђање деформација челичне лучне подграде. Са познатим развојем деформација у будућности, могуће је дефинисати план санације подземних просторија и избећи застоје у раду чиме се постиже оптимизација организације процеса производње угља, а самим тим се испуњава и стратешки план рада рудника.

**Кључне речи:** Подземне просторије, подграда, прогноза деформација, стратешко планирање

**Научна област:** Рударско инжењерство

**Ужа научна област:** Рударски радови, израда подземних просторија и рударски материјали

**УДК број:** 622.28:519(043.3)

**Abstract:**

Relatively large deformations of underground support structures in underground coal mines in the Republic of Serbia represent one of the main problems for achieving the planned coal production. Support construction deformations are a direct consequence of static and dynamic loads of the rock mass and are largely dependent on the duration of exposure of the support to the underground pressure. With a low mechanized work process, there is an increased exposure of underground roadways to the influence of underground pressure due to a long production cycle, which is often accompanied by work stoppages. Very often, underground roadways are reconstructed several times during their operational life, because due to the development of deformation, their stability and functionality are impaired, and therefore the safety of the employed staff. The reconstruction process itself is very complex from a technological, economic and organizational point of view.

In the doctoral dissertation, in order to plan the functionality of underground roadways, a model was developed based on the theory of gray systems, stochastic and autoregressive processes for the interpretation of the collected data, on the basis of which the deformation forecasts of the steel arch support is made in the desired time interval. The developed model uses as input data the deformation increments obtained by systematic monitoring of deformation development with modern instruments in defined points (markers) placed on the steel arch substructure in the same observation time intervals..

The predicted accuracy of the data based on the position of markers placed along the internal rim of the support structure shows a high accuracy with a mean absolute percentage error of 0.2143%.

The described model can be successfully used by mining engineers in underground coal mines to predict the deformation of steel arch substructure. With the known development of deformations in the future, it is possible to define the reconstruction plan of the underground roadways and avoid work stoppages, which achieves the optimization of the organization of the coal production process, and thus fulfills the strategic plan of the mine.

**Key words:** Underground roadways, support construction, deformation forecast, strategic planning

**Scientific field:** Mining engineering

**Scientific subfield:** Mining works, underground construction and mining materials

**UDC:** 622.28:519(043.3)

## САДРЖАЈ

1. УВОД.....	1
1.1. ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА.....	3
1.2. ЦИЉ ИСТРАЖИВАЊА.....	4
1.3. ПОЛАЗНЕ ХИПОТЕЗЕ.....	5
1.4. НАУЧНЕ МЕТОДЕ ИСТРАЖИВАЊА И ОЧЕКИВАНИ ДОПРИНОС.....	6
1.5. СТРУКТУРА ДИСЕРТАЦИЈЕ.....	7
2. ПРИКАЗ ОБЛИКА, ДИМЕНЗИЈА И ПОДГРАДА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА ..	10
2.1. ОБЛИК И ДИМЕНЗИЈЕ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА.....	10
2.2. ПОДГРАДА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА.....	13
2.2.1. ПРОЈЕКТОВАЊЕ ПОДГРАДЕ ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА.....	18
2.2.2. ОБИМ ИСТРАЖНИХ РАДОВА И ЊИХОВ УТИЦАЈ НА ПОУЗДАНОСТ ПОДАТАКА О РАДНОЈ СРЕДИНИ.....	20
2.2.3. КЛАСИФИКАЦИЈА СТЕНСКЕ МАСЕ И ИЗБОР ТИПА ПОДГРАДЕ.....	22
2.3. ВРСТЕ И ДИМЕНЗИЈЕ ТРАНСПОРТНИХ СРЕДСТАВА.....	30
2.4. ТЕХНИЧКО-СИГУРНОСНИ ПРОПИСИ.....	31
2.5. ОПТИМАЛАН СЛОБОДНИ ПОПРЕЧНИ ПРЕСЕК ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ.....	32
2.6. УТИЦАЈ ДЕФОРМАЦИЈА НА ВЕЛИЧИНУ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ.....	33
2.7. ОСНОВНИ ОБЛИЦИ И КОНСТРУКТИВНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ЧЕЛИЧНЕ ПОДГРАДЕ.....	35
2.7.1. НЕПОПУСТЉИВА ЧЕЛИЧНА ОКВИРНА ПОДГРАДА.....	36
2.7.2. ДЕЛИМИЧНО ПОПУСТЉИВА ЧЕЛИЧНА ОКВИРНА ПОДГРАДА.....	37
2.7.3. ПОПУСТЉИВА ЧЕЛИЧНА ОКВИРНА ПОДГРАДА.....	37
3. НАПОНСКА СТАЊА И ПОДЗЕМНИ ПРИТИСАК.....	39
3.1. НАПОНСКА СТАЊА У СТЕНСКОМ МАСИВУ.....	39
3.1.1. НАПОНСКА ПОЉА.....	39
3.1.2. РАСПОДЕЛЕ НАПОНА У СТЕНСКОМ МАСИВУ.....	46
3.1.3. СЕКУНДАРНО НАПОНСКО СТАЊЕ.....	54
3.1.4. НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИОНО СТАЊЕ ОКО ПОДГРАЂЕНЕ ПРОСТОРИЈЕ.....	65
3.2. ПОДЗЕМНИ ПРИТИСАК.....	66
3.2.1. ХИПОТЕЗЕ ЗАСНОВАНЕ НА УЗАЈАМНОМ ДЕЛОВАЊУ СТЕНЕ И ПОДГРАДЕ.....	68

3.2.2. ХИПОТЕЗЕ ЗАСНОВАНЕ НА ФОРМИРАЊУ СВОДА.....	69
3.2.3. ХИПОТЕЗЕ ЗАСНОВАНЕ НА ПОНАШАЊУ НЕВЕЗАНОГ МАТЕРИЈАЛА .....	74
4. МЕТОДЕ МЕРЕЊА ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА.....	76
4.1. ПРИМЕНА ЛАСЕРСКИХ МЕТОДА МЕРЕЊА У РУДНИЦИМА СА ПОДЗЕМНОМ ЕКСПЛОАТАЦИЈОМ .....	79
4.2. ПРАЋЕЊЕ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДНЕ КОНСТРУКЦИЈЕ ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ.....	83
5. ТЕОРИЈСКЕ ПОСТАВКЕ МОДЕЛА ЗА ПРОГНОЗУ ДЕФОРМАЦИЈА.....	87
5.1. ТЕОРИЈА СИВИХ СИСТЕМА .....	89
5.2. СТОХАСТИЧКИ ПРОЦЕСИ.....	90
5.3. АУТОРЕГРЕСИОНИ ПРОЦЕСИ.....	91
5.4. СТРАТЕШКО ПЛАНИРАЊЕ И ОДЛУЧИВАЊЕ.....	92
6. МОДЕЛ ЗА ПРОГНОЗУ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДЕ И СТРАТЕШКО ПЛАНИРАЊЕ ФУНКЦИОНАЛНОСТИ ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ .....	94
6.1. МОДЕЛ ЗА ПРОГНОЗУ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДЕ .....	99
6.1.1. РЕКОНСТРУКЦИЈА ПРАЋЕНИХ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДЕ .....	99
6.1.2. ПРОГНОЗА ПОМЕРАЊА (ДЕФОРМАЦИЈА) ПОДГРАДЕ.....	103
6.1.3. ПРЕЦИЗНОСТ МОДЕЛА НА ОСНОВУ ГРЕШКЕ ПОЗИЦИЈЕ МАРКЕРА .....	106
6.2. НУМЕРИЧКИ ПРИМЕР.....	109
6.3. СТРАТЕШКО ПЛАНИРАЊЕ ФУНКЦИОНАЛНОСТИ ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ.....	126
7. ЗАКЉУЧАК.....	139
ЛИТЕРАТУРА .....	141
БИОГРАФИЈА.....	153
Изјава о ауторству .....	154
Изјава о истовестности штампане и електронске верзије докторског рада.....	155
Изјава о коришћењу .....	156



Списак слика:

Слика 2.1 - Најзаступљенији облици попречног пресека хоризонталних и косих просторија у рудницима	11
Слика 2.2 - Приказ челичне лучне подграде	15
Слика 2.3 - Конструктивни изглед кружног подградног оквира	15
Слика 2.4 - Бетонска и армиранобетонска подграда просторија различитих облика попречног пресека	16
Слика 2.5 - Уградња подграде од прсканог бетона	17
Слика 2.6 - Просторија симетричног облика попречног пресека подграђена сидрима	17
Слика 2.7 - Приказ сидара са континуалним дејством	18
Слика 2.8 - Приказ уградње Swellex сидра	18
Слика 2.9 - Групе услова које подградна конструкција треба да задовољи	19
Слика 2.10 - Дијаграм за одређивање класе стенског материјала	24
Слика 2.11 - Предлог типа подграде у зависности од RQD индекса и ширине просторије	25
Слика 2.12 - Дијаграм уз RMR категоризацију стенске масе	27
Слика 2.13 - Приказ односа еквивалентне димензије распона и квалитета стенске масе по NGI поступку	28
Слика 2.14 - Дијаграм за оријентационо одређивање типа подграде	30
Слика 2.15 - Шема уз прорачун за одређивање попречног пресека подземних просторија са зонама деформације у току експлоатације	34
Слика 2.16 - Конструктивни елементи сегмената челичне подграде у зависности од њихове примене код различитих облика подградне конструкције	36
Слика 2.17 - Челични I профил	36
Слика 2.18 - Графички приказ линије момената код равномерног оптерећења (0,1 МПа) на непопустљиву потковичасту челичну подграду	37
Слика 2.19 - Изглед челичног U профила и узенгије за спајање два лучна сегмента	38
Слика 2.20 - Приказ уграђених оквира израђених од челичних U профила у јами „Јарандо“	38
Слика 3.1 - Шематски приказ деловања гравитационе силе	40
Слика 3.2 - Шема формирања гравитационог поља напона	41
Слика 3.3 - Шематски приказ стабилности контура просторије у зависности од оријентације у односу на правац деловања највећих хоризонталних напона	42
Слика 3.4 - Светска мапа напона са приказом граница тектонских плоча	43
Слика 3.5 - Положај хипоцентра на косој раседној површи	44
Слика 3.6 - Осциловање честица тла при простирању P (а) и S таласа (б)	45
Слика 3.7 - Приказ оптерећења на елементарну коцку	47
Слика 3.8 - Приказ компоненти напона на дубини Х	47
Слика 3.9 - Шема оптерећења на тачку М у равни	48
Слика 3.10 - Шематски приказ хидростатичког модела расподеле напона на дубини Н	51

Слика 3.11 – а) Вредности вертикалних напона на различитим локацијама и на различитим дубинама; б) Вредности односа хоризонталног и вертикалног напона на различитим локацијама	52
Слика 3.12 – Шематски приказ оптерећења у гравитационом напонском пољу	53
Слика 3.13 – Шема за анализу расподеле напона око подземне просторије кружног попречног пресека на малој дубини	55
Слика 3.14 – Шема за анализу расподеле напона око подземне просторије кружног попречног пресека на већој дубини	57
Слика 3.15 – Шематски приказ расподеле напона у боку просторије	58
Слика 3.16 – Шема уз прорачун пластичног понашања стенске масе	61
Слика 3.17 – Тангенцијални и радијални напони у пластичном подручју на основу Морових кругова	62
Слика 3.18 – Шематски приказ невезано-пластично-еластичног модела	63
Слика 3.19 – Шематски приказ криве течења за случај $\sigma > R_{\infty}$	64
Слика 3.20 – Шема уз хипотезу о стварању заштитног свода	70
Слика 3.21 – Оптерећење на подграду подземне просторије уз присуство бочних притисака по Комерелу	71
Слика 3.22 – Шема уз прорачун оптерећења на подграду према Цимбаревичу	72
Слика 4.1 – Класификација грешака мерења	77
Слика 4.2 – Приказ различитих класичних метода мерења попречног пресека	78
Слика 4.3 – Мерење позиције контролних маркера на подградној конструкцији у руднику „Грот“ – Крива Феја тоталном станицом Topcon OS-101	80
Слика 4.4 – Leica RTC360 ласерски скенер	81
Слика 4.5 – Позиција ласерског скенера и приказ облака тачака	81
Слика 4.6 – Вредности ванпрофилског (плаво) и подпрофилског (црвено) ископа на примеру станице подземне железнице „Badaling Great Wall“	82
Слика 4.7 – Ласерски скенер Z+F IMAGER 5006EX	82
Слика 4.8 – Leica рефлектујуће циљне маркице GMZ29, GMZ30 и GMZ31	84
Слика 4.9 – Припрема кородирале челичне лучне подграде за постављање маркера у руднику „Грот“ – Крива Феја	85
Слика 4.10 – 3D ласерски скенер постављен на носач у тунелу	85
Слика 4.11 – Изглед склопиве конструкције носача тоталне станице која је коришћена у руднику „Грот“ – Крива Феја	86
Слика 5.1 – Временске серије деформација контура просторија	87
Слика 5.2 – Временска серија конвергенције хидротехничког тунела Вишњица у току израде	88
Слика 5.3 – Хијерархијски приказ врста одлука	92
Слика 6.1 – Трансформација реалне дводимензионалне у вештачку једnodимензионалну подградну конструкцију	94
Слика 6.2 – Почетна ( $t = 0$ ) и дефомисана ( $t = 1$ ) конфигурација подграде	95
Слика 6.3 – Пример деформације челично лучне конструкције у Ибарским рудницама каменог угља	96

Слика 6.4 - Почетна конфигурација подграде ( $t = 0$ ) са позицијом опреме у подземној просторији	97
Слика 6.5 - Парцијална аутокорељациона функција временске серије са вредностима 1 и -1	104
Слика 6.6 - Грешка између измерене и прогнозиране позиције маркера	107
Слика 6.7 - Челична лучна подграда са позицијама маркера	110
Слика 6.8 - Померања маркера М4 дуж $x$ осе	113
Слика 6.9 - Трансформација из мешовитог $MD$ у ненегативно $NN$ стање серије	113
Слика 6.10 - Стационарна временска серија	114
Слика 6.11 - Трансформација стационарне $MD$ временске серије	114
Слика 6.12 - $AGO$ операције за трансформисану стационарну серију (период калибрације)	115
Слика 6.13 - Четири симулације $AGO$ серије	117
Слика 6.14 - Функција расподеле вероватноће $AGO$ и $IAGO$ серије за $t = 10$ (симулација Euler-Maruyama једначине)	117
Слика 6.15 - Оригинална (праћена) и реконструисана померања маркера М4 дуж $x$ осе	119
Слика 6.16 - Парцијална аутокорељациона функција временске серије са вредностима 1 и -1 за прву диференцијацију померања ( $M4x$ )	120
Слика 6.17 - Оригинална и реконструисана серија са два стања маркера $M4x$ - прва диференцијација	121
Слика 6.18 - Парцијална аутокорељациона функција временске серије са вредностима 1 и -1 за оригинална померања	122
Слика 6.19 - Оригинална и реконструисана серија са два стања маркера $M4x$ - оригинална серија	123
Слика 6.20 - Облик челичне лучне подграде за $t = 0, 10, 25, 30$ (опажање, реконструкција, прогноза)	125
Слика 6.21 - Димензије попречног пресека подземне просторије	128
Слика 6.22 - Приказ затвореног полигона формираног од маркера ( $M1-M7$ и помоћних тачака у подини $P1$ и $P2$ )	129
Слика 6.23 - Полигонски слободни попречни пресек за $t = 0$ и $t = 30$ са позицијама полигона ТСП и димензијама механизације	131
Слика 6.24 - Шема прогнозе	132
Слика 6.25 - Полигонски слободни попречни пресек за $t = 0, t = 30, t = 45$ и $t = 60$ са позицијама полигона ТСП и димензијама механизације	133
Слика 6.26 - Алгоритам за стратешко управљање функционалношћу подземних просторија	136
Слика 6.27 - Циклограм организације рударских радова у регуларним околностима	137
Слика 6.28 - Циклограм организације рударских радова на санацији без ангажовања додатне радне снаге	137
Слика 6.29 - Циклограм организације рударских радова на санацији уз ангажовање додатне радне снаге	137

Списак табела:

Табела 2.1. Подела подграде подземних просторија	13
Табела 2.2. Категоризација и класификација резерви чврстих минералних сировина	21
Табела 2.3. Обим истражних радова приликом истраживања и категоризације угља	21
Табела 2.4. Описна класификација	23
Табела 2.5. Класификација стенског масива према Лауферу	23
Табела 2.6. Класификација квалитета стенске масе	24
Табела 2.7. Упутство за примену RMR класификације	26
Табела 2.8. Минимално дозвољена растојања између бока просторије и најистуреније тачке транспортног средства	32
Табела 3.1. Вредност коефицијента $A$ у зависности од степена сеизмичности	46
Табела 3.2. Утицај удаљености места уградње подграде на смањење деформација	66
Табела 6.1. Лингвистички опис прецизности модела	103
Табела 6.2. Временска серија са два стања	104
Табела 6.3. Коефицијенти $AR(10)$ процеса	104
Табела 6.4. Реконструисана временска серија са одговарајућим стањима и прецизност модела	105
Табела 6.5. Модел за реконструкцију и прогнозу мешовитог стања серије	106
Табела 6.6. Измерене координате маркера	111
Табела 6.7. Померања маркера	112
Табела 6.8. Трансформација из мешовитог $MD$ у ненегативно $NN$ стање	113
Табела 6.9. Прва диференцијација $NN$ стања серије	114
Табела 6.10. Трансформација из мешовитог $MD$ у ненегативно $NN$ стање	114
Табела 6.11. $AGO$ серија трансформисане стационарне серије	115
Табела 6.12. Параметри стохастичке $AGO$ серије трансформисаних стационарних серија	116
Табела 6.13. Очекиване $AGO$ и одговарајуће $IAGO$ вредности	117
Табела 6.14. Реконструисана прва диференцијација серије померања	118
Табела 6.15. Реконструисана померања и апсолутна процентуална грешка	118
Табела 6.16. $MARE$ за све маркере за период прогнозе $t = 1, 2, \dots, 25$	119
Табела 6.17. Очекивани $AGO$ и $IAGO$ исходи за $t = 26, 27, 28, 29, 30$	119
Табела 6.18. Два стања временске серије маркера $M4$ дуж $x$ осе – прва диференцијација	119
Табела 6.19. Коефицијенти ауторегресионог процеса $AR(10)$ за $M4x$ – прва диференцијација	120
Табела 6.20. Реконструисана временска серија са одговарајућим стањима и прецизност модела маркера $M4$ – прва диференцијација	120
Табела 6.21. Временска серија са два стања (1 и -1)	121
Табела 6.22. Коефицијенти ауторегресионог процеса $AR(10)$ за $M4x$ – оригинална померања	122
Табела 6.23. Реконструисана временска серија са одговарајућим стањима и прецизност модела за маркер $M4$ дуж $x$ осе	122

Табела 6.24. Прогноза прве диференцијације и осматране серије са два стања маркера M4x	138
Табела 6.25. Лингвистички опис прецизности модела за серије са два стања	123
Табела 6.26. Два стања серије (1 and -1)	124
Табела 6.27. Прогноза померања маркера M4 дуж x осе	124
Табела 6.28. Прогноза померања свих маркера	124
Табела 6.29. Прогноза координата маркера (фаза прогнозе-верификације)	125
Табела 6.30. Грешке позиције маркера	126
Табела 6.31. Координате маркера и помоћних тачака за $t = 0$	129
Табела 6.32. Координате тачака полигона ТСП и дизел механизације	130

# 1. УВОД

Услед сложених услова у којима се изводе рударски радови и хроничног недостатка новца, подземна експлоатација и израда подземних просторија у Републици Србији представљају веома сложен и захтеван инжењерски задатак. Методе израде подземних просторија и методе откопавања корисне минералне сировине најчешће се изводе бушачко-минерским радовима без примене савремене опреме, па су и прекиди у производњи веома честа појава. Производња рудника са подземном експлоатацијом директно зависи од функционалности подземних просторија којима се обавља транспорт и извоз материјала. Израда просторија карактерише се дугим радним циклусом и честим прекидима у планираној динамици извођења радова због примене немеханизованих метода. Услед тога подграда просторија изложена је утицају подземног притиска знатно дуже него у случају када се рударски радови обављају савременим механизованим методама. У таквом производном окружењу, одржавање стабилности подземних просторија је веома захтевно и изводи се на несистематски начин.

У циљу обезбеђивања стабилности и функционалности подземних просторија неопходно је да се уведе систематско праћење стања подграде. У ту сврху треба користити савремене уређаје за прикупљање података, односно ласерске 3D скенере. Тако прикупљене податке потребно је обрадити одговарајућим методама. Ови подаци могу се искористити за развој модела прогнозе деформација у циљу стратешког планирања функционалности подземних просторија.

Прегледом литературе установљено је да постоји много различитих приступа који се користе за прогнозирање будућих стања у области рударства и сродним научним дисциплинама.

Ding-Ping Xu et al. (2015) су извршили поређење између предвиђања из модела композитног материјала (стена-земља), где је аналитичка метода заједно са постојећим подацима из тестова физичког модела коришћена за добијање резултата. Поређење је показало да су све три врсте информација показале добру конзистентност у погледу начина лома и чврстоће (Xu et al. 2015). Armaghani et al. (2016) су применили три нелинеарна алата за предвиђање, и то нелинеарну вишеструку регресију, вештачке неуронске мреже и адаптивни неуро-фази систем закључивања у циљу предвиђања једноосне стенске чврстоће на притисак стене.

Узимајући у обзир нелинеарну карактеристику деформација тунела, Xiong (2014) је предложио модел предвиђања деформација у тунелима заснован на теорији сивих система. Tang (2011) је приказао прогнозу подземног притиска на челу радилишта применом теорије сивих система и генетског алгорита. Yu et al. (2011) предложили су модел предвиђања заснованог на генерализованој регресионој неуронској мрежи како би предвидели дугорочне потенцијалне деформације околне стенске масе у слабијим стенама на примеру тунела. Chen et al. (2010) развили су мрежу интелигентне повратне анализе деформација подземних просторија у дубоким рудницима засновану на MATLAB алату. Vozzano et al. (2013) користе интерферометрични радар

са синтезном апаратуром за подршку управљању сваком фазом израде тунела. Zhang et al. (2013) направили су нумеричку симулацију за напредно померање тунела у слабој и распуцалој стенској маси како би открили процес прилагођавања деформација на главним деловима тунела.

Grossauer et al. (2007) су пронашли ефикасни начин за предвиђање деформација узрокованих ископом тунела који је заснован на аналитичким функцијама које описују померања као функцију времена и напредовања чела радилишта. Merlini и Falanese (2013) приказали су поређење између прогнозе и унакрсне провере метода подршке и решења за замену. Више повратних анализа је извршено у циљу постизања тачне валидације интервенција и оптималног разумевања деформационог понашања стенске масе. Yao et al. (2010) су представили модел предвиђања са више корака унапред који је заснован на методи SVM (Support Vector Machine), односно алгоритму за праћење и обраду вектора и предвиђање померања стенске масе у тунелу.

Wu et al. (2014) користили су две методологије, SVM алгоритам за векторску подршку и вештачке неуронске мреже у циљу прогнозе померања околне стенске на примеру тунела и закључили су да приступ коришћењем SVM методе даје прецизније резултате, али је временски захтевнији у односу на вештачке неуронске мреже. Luo et al. (2021) предложили су модел који је заснован на конволуцијским неуронским мрежама који се односи на прогнозу структурних деформација и који је верификован кумулативним подацима о деформацијама горње челичне греде у темељној јами и подацима о слегању конструкције на једном градилишту у НР Кини. Luan et al. (2017) приказали су сиви модел GM (1,1) који су користили за прогнозу деформација дна језера. Ma et al. (2020) су користили информације о радној средини око тунела у комбинацији са праћењем мерења да би дефинисали тежинске факторе и користили су теорију екстензије за развој модела прогнозе деформација тунелске конструкције. Rao et al. (2020) су у свом истраживању користили теорију сивог модела за прогнозу значајних деформација тунела. Guo et al. (2014) развили су модел за прогнозу заснован на теорији сивих система за прогнозу деформација стенске масе у тунелима са великим попречним пресеком и закључили су да је његова примена оправдана у инжењерској пракси. Прогноза крајњих деформација подземних објеката заснована на побољшаном нееквидистантном сивом-Verhulst моделу била је предмет истраживања аутора Han et al. (2020). Xiong (2014) такође је користио теорију сивих система за прогнозу деформација у тунелима. За прогнозу деформација померања клизишта коришћена је комбинација машине за екстремно учење, оптимизација Grey-wolf алгоритма од стране Zhang et al. (2020) и коришћење новог сивог система прогнозе од стране аутора Wu et al. (2020) као и Li & Wu (2021). Прогноза деформација косина прорачуната је коришћењем теорије сивих система од стране Li et al. (2018) као и Zhang et al. (2019). У рударском окружењу, Crnogorac et al. (2021) применили су вишеканалну сингуларну спектралну анализу за прецизно одређивање деформације јамских просторија. Zhu et al. (2010) су предложили примену теорије машина вектора подршке за прогнозу деформација подземних просторија. Xie et al. (2016) су користили модел сиве алгебарске криве за прогнозу урушавања кровине.

Како је наведено, за прогнозу будућих стања, могу се користити различити приступи. На основу прегледа литературе може се закључити да је примена теорије сивих система за прогнозу будућих стања одређеног система научно потврђен приступ.

Теорија сивог модела првог реда једне променљиве користиће се за анализу и обраду прикупљених података у циљу прогнозе деформација подграде у будућности. Прогноза будућих стања врши се на основу података добијених систематским праћењем развоја деформација подградне конструкције, што пружа могућност дефинисања површине попречног пресека подземне просторије у жељеном тренутку. Површина попречног пресека подземне просторије дефинисана је формирањем затвореног полигона (повезаног дефинисаним бројем маркера распоређених дуж унутрашње контуре подградног оквира). На тај начин може се благовремено уочити тренутак када ће смањење површине попречног пресека бити испод дозвољених граница и испланирати радови на санацији подземне просторије.

За оцену грешке сивог модела за прогнозу, најчешће се користи средња апсолутна процентуална грешка временске серије. За планирање функционалности подземне просторије неопходно је познавање конфигурације подградне конструкције у функцији времена. Ово је условило да се за оцену тачности прати грешка између измерене и прогнозиране позиције маркера, што у много већој мери одговара постављеном задатку и решавању проблема стратешког планирања.

Услед великог присуства неодређености у рударству потребно је приликом развоја модела увести и стохастички моменат, док се ауторегресиони процеси могу применити у обради улазних података у временској серији која у конкретном случају може бити ненегативна, позитивна и мешовитог стања.

Примена модела за прогнозу деформација заснованог на сиво-стохастичким симулацијама у комбинацији са ауторегресионим процесима омогућава рударским инжењерима да развију план одржавања подграде (и подземних просторија). Они могу да планирају активности везане за идентификацију стања подграде (подземне просторије) у будућности, време реконструкције (санације) подграде као и врсту подграде која се може користити да би се интензитет деформација смањио. Ефикасна прогноза деформација доводи до смањења трошкова и застоја у процесу производње корисне минералне сировине.

## 1.1. ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА

Стабилност и функционалност подземних просторија је од кључног значаја за експлоатациони век подземне просторије јер омогућава дугорочну функционалност. Дуготрајност и стабилност подземних инфраструктурних објеката решава се уградњом висококвалитетне, чврсте и дуготрајне подградне конструкције. Специфичност израде јамских просторија и динамичност процеса експлоатације, у рудницима са подземном експлоатацијом, могу условити да улагања у подграђивање буду значајна компонента у целокупној цени добијања руде. При томе се тежи да се трошкови израде подземних просторија (и подграђивања) сведу на минимум, а да се



радови на санацији (реконструкцији или перманизацији) подземних просторија избегну. Често се у пракси у нашим рудницима догађа да је санација просторија неопходна јер долази до смањења површине попречног пресека подземних просторија што може да угрози пројектовани начин експлоатације подземних просторија. Овај проблем углавном настаје услед недовољног познавања радне средине током пројектовања подграде. Неодређеност параметара радне средине настаје као последица истражних радова који подухватају податке макролокације.

Када говоримо о рудницима у Србији, мора се узети у обзир степен механизованости процеса израде подземних просторија и експлоатације лежишта, који је и даље на ниском нивоу у односу на европске и светске трендове. Низак степен механизованости са собом повлачи и већи број застоја у раду, продужавајући на тај начин време израде подземне просторије. Застоји у раду за последицу имају одлагање почетка употребе и продужење века трајања просторија неопходних за функционисање подземног рудника као интегрисаног система јамских просторија. Низак степен механизованости условљава повећање трајања технолошких операција током откопавања, што за последицу има дужу изложеност просторија подземним притисцима у непосредној близини откопа.

Осим тога, неусклађеност динамике израде просторија и процеса откопавања са оптималним временом уградње подграде, може довести до развоја већих оптерећења из стенског масива и настанка већих деформација подграде. Дужи експлоатациони век просторија повећава могућности појаве израженијих деформација подградних система и повећање обима радова на санацији подземних просторија, што доводи до продужења времена трајања и повећања финансијских трошкова експлоатације.

Предмет истраживања докторске дисертације је дефинисање модела за прогнозу деформација јамских просторија у жељеном временском периоду заснованог на малом броју улазних података добијених претходним праћењем стања јамске просторије током одређеног временског периода.

## 1.2. ЦИЉ ИСТРАЖИВАЊА

Узимајући у обзир досадашња истраживања у области стабилности и функционалности подземних просторија уочена је потреба за честом санацијом просторија, нарочито у рудницима угља у Србији. Предмет тих истраживања углавном, је била техно-економска оптимизација процеса израде и начина подграђивања просторија, али без предлога за дефинисање временских интервала у којима ће доћи до смањења димензија просторија испод законски регулисаних вредности.

Природу стенског масива одликује променљивост особина и на релативно малом простору. Као последица овога често се јављају непредвиђене деформације.

Непредвиђене деформације, као последицу имају потребу за санацијом и/или заменом типа подграде, што условљава повећани обим радова, ангажовање додатне радне снаге, финансијских средстава и непланиране застоје у процесу експлоатације.

На основу наведених чињеница развила се идеја за дефинисањем ефикасног начина прогнозе стања јамских просторија у функцији времена. Истраживања су базирана на дефинисању методологије, која ће помоћи да на основу праћења деформација у одређеним временским интервалима на подградној конструкцији, прогнозирамо будућа стања и оценимо ефикасност постојећег подградног система. На тај начин омогућило би се планирање евентуалних радова на санацији и одржавање стабилности просторија у циљу неометаног функционисања производног подземног система.

Применом савремерних мерних инструмената велике прецизности (3D ласерских скенера) могу се прикупити квалитетни подаци неопходни за даљу анализу. Данас постоје савремени ласерски скенери чије је коришћење дозвољено и у потенцијално експлозивној атмосфери. Коришћењем прикупљених података и применом теорије сивих система и стохастичких симулација у комбинацији са ауторегресивним процесом, могуће је описати механизам реализованих деформација, а потом извршити прогнозу будућих стања подграде јамске или било које друге подземне просторије.

Применом ове методологије повећава се флексибилност у процесу доношења одлуке о замени или начину санације деформисане подграде.

Циљ ове докторске дисертације је да се рударским инжењерима пружи примењив модел на основу кога је могуће планирање одржавања подграде подземних просторија. Планирање активности попут идентификације стања подграде у будућности, времена реконструкције и избора одговарајуће врсте подграде, може утицати на смањење трошкова израде и одржавања подземних просторија, цене откопавања минералне сировине и смањења застоја у раду, а пре свега и повећање сигурности и хуманизације рада.

### 1.3. ПОЛАЗНЕ ХИПОТЕЗЕ

Рударски радови се изводе у циљу израде просторија или откопавања корисне минералне сировине. Како се откоп приближава ходнику, вредност подземног притиска се повећава.

Динамичко понашање подграде је изазвано подземним притиском, који се јавља у непосредном окружењу ходника и изазива деформације подграде. Ова оптерећења су дефинисана променом интензитета подземног притиска проузрокованог рударским радовима.

Праћење и описивање деформација подграде подземне просторије је сложен процес. Овом проблематиком се бавило много истраживача, па постоји пуно различитих

приступа који се користе за прогнозирање будућег стања подграде, односно контура подземних просторија.

Основна полазна хипотеза за предлог истраживања у оквиру ове докторске дисертације је чињеница да динамика деформација подграде подземних просторија представља проучавање утицаја временског фактора на интензитет динамичких оптерећења и одговора подградне конструкције. У овој дисертацији разматра се временска зависност деформација (позиције маркера) у вертикалном попречном пресеку. За оцену ефикасности сивог модела уместо стандардне грешке временске серије користи се грешка позиције маркера.

Подграда у вертикалном попречном пресеку има две димензије – горњу и доњу ивицу подградне конструкције. Изједначењем горње и доње ивице подградне конструкције могуће је извршити трансформацију површине попречног пресека подграде у једну линију. Свођење дводимензионалне подграде на вештачку једnodимензионалну подграду олакшава формирање модела без губитка генералности.

На основу праћења реалних деформација може се успоставити модел који ће прогноzirати будућа стања деформација са прихватљивим степеном сигурности.

Развој модела се у првој фази презентује у општем теоријском начину, а затим се формулише за специфичан случај у прецизној математичкој форми.

Основне претпоставке су:

- могућност свођења реалне дводимензионалне подграде на вештачку једnodимензионалну подграду (линију) у датом попречном пресеку,
- почетна конфигурација подграде је недеформисана и позната (извршено је снимање и дефинисање референтног координатног система),
- подграда је подељена у коначни број сегмената са тачно дефинисаним позицијама маркера,
- свако померање тачке подграде (сваког маркера) у потпуности је дефинисано временски зависном функцијом мапирања,
- праћење померања маркера могуће је извршити у истим временским интервалима,
- могућност третирања добијених резултата као временске серије,
- могућност прогнозе померања применом одговарајуће методологије,
- ефикасност производње рудника са подземном експлоатацијом директно је зависна од функционалности подземних просторија,
- могућност праћења и прогнозе деформација је кључна за одржање стабилности подземне просторије,
- постојање оптималног плана одржавања стабилности и функционалности јамских просторија.

#### 1.4. НАУЧНЕ МЕТОДЕ ИСТРАЖИВАЊА И ОЧЕКИВАНИ ДОПРИНОС

Истраживање у докторској дисертацији обухвата примену следећих метода:

1. Прикупљање података прецизном и ефикасном методом мерења применом савремених инструмената (3D ласерског скенера или тоталне станице),
2. Теорију сивих система,
3. Стохастичких процеса,
4. Ауторегресионих процеса,
5. Грешке позиције маркера,
6. Вештачке интелигенције,
7. Методе анализе и синтезе,
8. Математичког моделирања.

Очекивани допринос истраживања је примена развијеног модела за прогнозу деформација подземних просторија, у циљу ефикасног планирања процеса одржавања и евентуалне санације (реконструкције) подземних просторија. Превентивним деловањем на очувању функционалности јамских просторија постиже се побољшање ефикасности целокупног система подземне експлоатације минералних сировина. Примена развијеног модела, поред доказане могућности праћења деформација јамских просторија, може се користити и приликом прогнозе деформација тунела, подземних гаража, подземних складишта и магацина, колектора, цевовода, гасовода, зграда, мостова и у осталим случајевима.

Корисници резултата овог истраживања биће пре свега техничко-надзорно особље у рудницима са подземном експлоатацијом на територији Републике Србије, као и грађевинске фирме на пројектима израде тунела. Развијени модел рударским инжењерима помаже у прогнозирању стања јамских просторија у будућности, доношењу одлука да ли и у ком временском периоду треба вршити санацију јамских просторија, што даје могућност дугорочног планирања радова на санацији. Осим тога модел може указати и на потребу за променом врсте и типа подградне конструкције.

Уштеде у времену (смањењу застоја) и финансијама, које ће се остварити у нашим рудницима применом резултата добијених истраживањима у оквиру ове докторске дисертације, јасно указују на њену научну и практичну оправданост.

Развијени модел може бити основа за даља истраживања у области подграђивања подземних просторија. Додавањем котрљајућег система развијеном моделу омогућава се аутоматизација и оптимизација прогнозе будућих стања подградне конструкције. На основу добијених резултата може се формирати база података која би се користила приликом пројектовања подземних рудника са сличним карактеристикама радне средине.

## 1.5. СТРУКТУРА ДИСЕРТАЦИЈЕ

Истраживања у оквиру ове докторске дисертације обухватају теоријску и практичну целину. Теоријска целина обухвата детаљну анализу облика, димензија и подграде подземних просторија, стабилности и динамике деформације контура подземних просторија, као и теоријске основе рударских мерења, теорије сивих система, стохастичких и ауторегресионих процеса неопходних за прогнозу деформација

подграде подземних просторија у циљу стратешког планирања функционалности подземних просторија. Практичну целину представља поставка предложеног модела за прогнозу деформација и његова верификација са становишта његове практичне примене у рударству и шире .

Докторску дисертацију, поред општих саставних елемената, као што су резиме на српском и енглеском језику, кључне речи, предговор, садржај, списак скраћеница, слика, Табела и литературе, чине и следеће структурне целине:

1. Увод-предмет истраживања и теоријски оквир,
2. Приказ облика, димензија и подграде подземних просторија,
3. Стабилност и динамика деформација контура подземних просторија,
4. Теоријске основе рударских мерења у подземној експлоатацији,
5. Теоријске поставке модела за прогнозу деформација,
6. Модел за прогнозу деформација подграде и стратешко планирање функционалности подземне просторије,
7. Закључак.

У поглављу 1, описан је предмет истраживања, дефинисана је проблематика везана за одржавање функционалности подземних просторија и постављени су циљеви докторске дисертације уз кратак опис примењених научних метода током израде докторске дисертације.

У поглављу 2, описани су облици, димензије и подграда подземних просторија, утицајни чиниоци на пројектовање подграде подземних просторија, степен непоузданости улазних података за пројектовање и класификације стенске масе. Такође је описан утицај деформација на величину попречног пресека подземних просторија.

У поглављу 3, приказане су теоријске поставке расподеле напонских стања и настанка подземног притиска као главног утицајног фактора на развој деформација на контурама подземних просторија и подгради.

У поглављу 4, описане су методе мерења попречних пресека подземних просторија које су значајне за праћење стабилности и функционалности подземних просторија. Детаљније је описана примена савремених инструмената за рударска мерења са њиховом облашћу примене и дат је пример мерења позиције контролних маркера на челичној подградној конструкцији.

У поглављу 5, описане су теоријске поставке научних метода за развој модела за прогнозу деформација које обухватају теорију сивих система, стохастичких и ауторегресионих процеса, стратешког планирања и одлучивања.

У поглављу 6, детаљно је описан модел за прогнозу деформација подградне конструкције и дат је нумерички пример за све маркере. Сви кораци алгоритма су приказани на најсложенијем примеру (маркер М4 по  $x$  оси). Извршена је анализа временске серије применом комбинације више верификованих научних метода (теорије сивих система, стохастичких и ауторегресионих процеса). Извршена је оцена

прецизности модела реконструкције и прогнозе за сваки маркер третирањем померања дуж  $x$  и  $y$  осе као две независне једноканалне временске серије на основу вектора грешке позиције маркера. У истом поглављу описан је и процес стратешког планирања функционалности подземних просторија на основу претходно дефинисаног модела за прогнозу деформација челичне лучне подградне конструкције.

Поглавље 7, представља завршно поглавље докторске дисертације где су сумирани закључци и доприноси. Након овога дате су препоруке за даља истраживања и имплементацију развијеног модела.

Докторска дисертација се завршава списком коришћене литературе и краћом биографијом аутора.

## 2. ПРИКАЗ ОБЛИКА, ДИМЕНЗИЈА И ПОДГРАДА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА

Рударство спада у привредну делатност која је неопходна за свакодневно, нормално, функционисање цивилизације. Примарни облици рударства датирају из периода од пре више од 40000 година. Рударство се може дефинисати као екстракција корисних минерала из земљине коре, укључујући и мора (Britannica, 2022). Корисна минерална сировина добија се из лежишта минералних сировина односно из геолошких тела насталих природним путем у комплексним геолошким процесима, док локалну концентрацију минералних сировина можемо дефинисати као рудно тело (Јеленковић и др. 2010). У циљу добијања корисне минералне сировине изводе се рударски радови. Зависно од саме конфигурације лежишта минералних сировина процесу откопавања може се приступити површински или подземно, што даље повлачи и извођење површинских, односно подземних рударских радова или комбинацију ова два типа радова.

Подземне рударске (јамске) просторије представљају шуљбине настале извођењем рударских радова у минералној сировини или пратећим стенама при отварању, припреми и експлоатацији лежишта. Подземне просторије нису искључиво везане за рударску индустрију. Тунели и коморе различитих намена, подземне гараже, хангари, машинске сале хидроелектрана, фабрике, складишта војног материјала, морске базе, складишта нафте и природног гаса, склоништа за авионе, такође представљају подземне просторије.

Подземне просторије дефинисане су наменом просторије, положајем у простору, дужином и попречним пресеком. Попречни пресек подземних просторија одређен је: обликом и димензијама попречног пресека: ширином, висином, полупречником закривљености, површином и обимом (Јовановић, 1990; Антуновић Коблишка, 1973).

### 2.1. ОБЛИК И ДИМЕНЗИЈЕ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА

Облик попречног пресека просторије зависи од:

- физичко-механичких карактеристика радне средине у којој се просторија израђује,
- врсте материјала који ће се користити за подграђивање просторије,
- величине просторије која је условљена њеном наменом и
- техничко-сигурносних прописа.

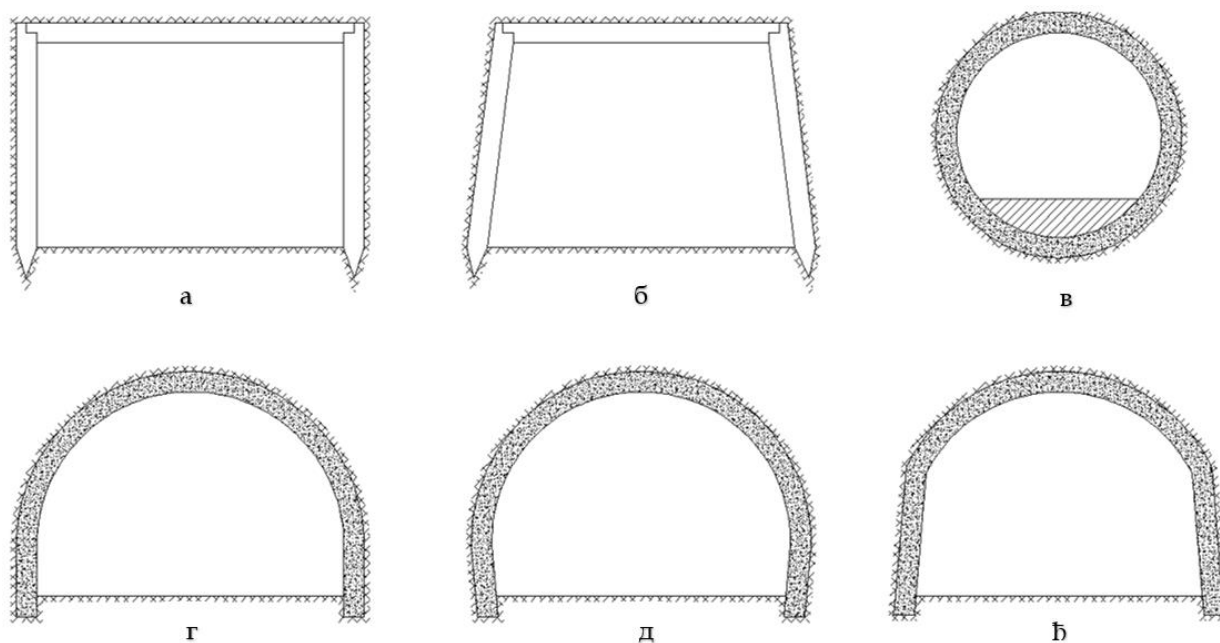
Осим наведених основних чинилаца који имају утицај на облик попречног пресека подземне просторије, од важности су још, намена и значај који треба да има просторија (за обављање технолошког процеса истраживања или експлоатације лежишта) као и предвиђени век трајања просторије. У појединим случајевима намена и век трајања просторије су од кључног значаја за избор облика попречног пресека

(капиталне просторије у јамама, тунели, гараже и остали подземни инфраструктурни објекти) (Јовановић, 1983).

Облик попречног пресека зависи од величине и правца деловања подземног притиска. Облици попречног пресека хоризонталних и косих подземних просторија могу бити различити. У зависности од тих чинилаца као и врсте подградног материјала, најповољнији облици попречног пресека су: правоугаони, засвођени, звонасти и потковичасти.

Поред поменутих, карактеристичних попречних пресека подземних просторија, у рудницима се, по потреби, користе и други облици: полигони, вишеугаони, кружни, елиптични и несиметрични. Најзаступљенији облици попречног пресека просторија приказани су на слици 2.1.

Хоризонталне или косе просторије привременог карактера (просторије израђене за потребе истраживања, припреме и откопавање лежишта), подграђују се најчешће дрвеном подградом, када је експлоатациони век просторије краћи од 5 година и ако просторије нису изложене снажнијем дејству подземног притиска. У оваквим случајевима, облик попречног пресека је најчешће правоугаони или трапезни.



Слика 2.1 – Најзаступљенији облици попречног пресека хоризонталних и косих просторија у рудницима а) правоугаони; б) трапезни в) кружни; г) засвођени; д) потковичасти; њ) звонасти

Димензије попречног пресека подземних просторија могу бити одређене графички или аналитички. Графичка метода одређивања димензија попречног пресека заснива се на исцртавању димензија најгабаритнијих транспортних средстава која ће се кретати просторијом и минималних растојања у складу са техничко-сигурносним прописима, након чега се исцртавају контуре просторије (према облику просторије). Најчешћа размера код графичког поступка димензионисања попречног пресека подземних просторија је 1:20 или 1:25, док се у електронској верзији цртежа примењује



размера 1:1. Код аналитичког поступка, димензионисање попречног пресека подземних просторија, врши се на основу спољашњих димензија транспортних средстава и прописима утврђених минималних растојања помоћу изведених образаца.

Без обзира на облик и величину попречног пресека, код сваке подземне просторије неопходно је разликовати слободни попречни пресек, ископни попречни пресек и подграду (Јовановић, 1983).

Слободни попречни пресек представља површину у попречном пресеку просторије, која мора бити димензионисана тако да се у њу могу сместити све предвиђене инсталације и опрема – у складу са технолошким потребама, законским прописима и мерама заштите. Такође, морају се узети у обзир и количина ваздуха која мора проћи подземном просторијом.

Ископни попречни пресек представља површину у коју се може сместити слободни попречни пресек и усвојена подградна конструкција одговарајућих димензија.

У пракси ископни попречни пресек је готово увек већи од прорачунатог (пројектованог) нарочито када се стенска маса избија бушачко-минерским радовима. Овакав попречни пресек се назива и ванпрофилски ископ. Такође није редак случај да се услед лоше изведеног минирања приликом израде подземне просторије добије и исподпрофилски ископ. У том случају потребно је извести додатне радове у циљу добијања жељеног облика и димензија попречног пресека.

Подграда представља посебну конструкцију, која се поставља у ископни попречни пресек јамске (или било које друге подземне) просторије, како би се спречило обрушавање стенског материјала и неутралисала или смањила деформација контуре, обезбеђујући подземној просторији неопходан облик и димензије слободног попречног пресека.

При димензионисању било ког облика попречног пресека мора се обратити пажња на:

- врсту и димензије транспортног средства (транспортних средстава) које ће користити просторију,
- техничко-сигурносне прописе,
- величину и број транспортних пруга (колосека, трака, одељења, ...) и
- количину ваздуха која мора да прође кроз попречни пресек.

Из претходног се види да попречни пресек треба да задовољи већи број захтева па се поставља питање границе величине профила. Са становишта величине профила у односу на постављене захтеве разликују се три случаја:

- просторије са минималном дозвољеном величином попречног пресека,
- просторије са максималном величином попречног пресека и
- просторије са рационалном величином попречног пресека.

## 2.2. ПОДГРАДА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА

Задатак подграђивања је одржавање просторије за време израде и употребе, да се не би зарушила, заштита запосленог рударског особља и по потреби спречавање продирања подземне воде у подземну просторију (Антуновић Коблишка, 1973).

Главни узрок опасности да се неподграђена или недовољно подграђена подземна просторија заруши је појава позната као подземни притисак. Ова појава је последица нарушавања природног уравнотеженог напрегнутог стања у околној стенској маси израдом подземне просторије, као и израдом суседних подземних просторија, нарочито откопних подземних просторија у мање отпорном материјалу.

Да би подграда испунила свој основни задатак – задржавање пројектованог облика и димензија подземне просторије она мора преваходно да неутралише деформације по контури просторије и дубини стенског масива. Неопходно је подградну конструкцију прилагодити потребном и жељеном режиму понашања. Подела подграде према различитим критеријумима приказана је у табели 2.1.

Табела 2.1. Подела подграде подземних просторија

Према принципу извођења	У зависности од конструктивног материјала	Према положају подземне просторије	Према дужини употребе	Према конструктивним одликама	У зависности од опхођења према подземном притиску	У зависности од специјалног задатка
Подупирућа, Висећа.	Дрвена, Бетонска, Метална, од опеке, мешовита.	Подграда хоризонталних просторија, подграда вертикалних просторија, подграда косих просторија.	Привремена, Стална.	Монолитна, Зидана, Монтажна, Оквирна.	Непопустљива, Попустљива.	Водонепропусна, Пробојна.

Непопустљива подграда примењује се у случају када подграда прима пуно оптерећење одмах по уградњи конструкције која је у стању да се одупре оптерећењима и да чува облик и димензије просторије докле год оптерећење не пређе границу њене носивости. Уградња подградне конструкције са оваквим режимом рада не препоручује се у случајевима када је почетни притисак веома висок или када се подграда налази под утицајем интензивних рударских радова, првенствено на откопавању, у непосредној близини подземне просторије.

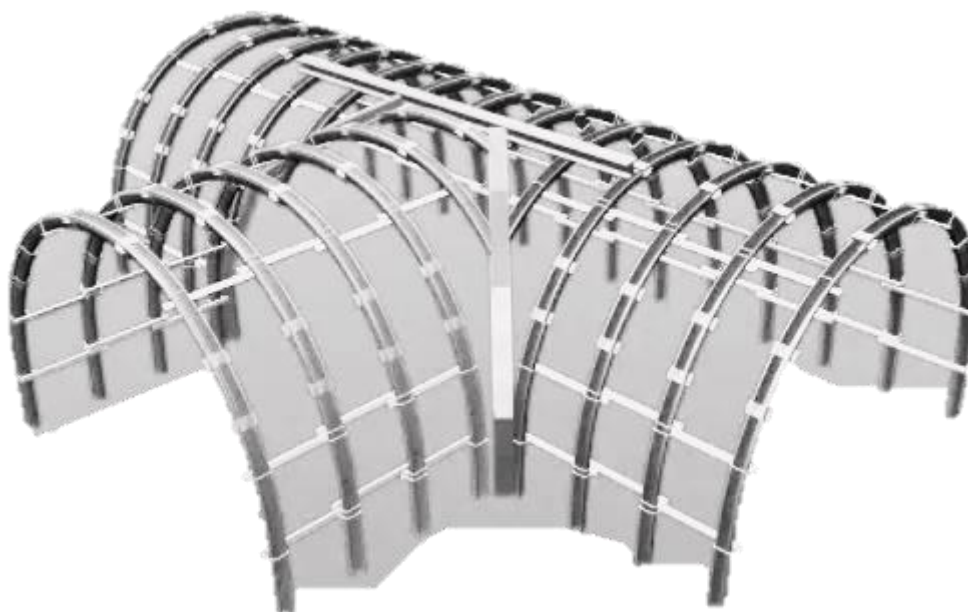
У случају режима делимично попустљиве подграде при пројектовању предвиђене су деформације у одређеним границама које немају утицај на носивост подградне конструкције. Карактеристични примери овог режима рада подградне конструкције представљају челична оквирна подграда са дрвеним зглобовима (на месту спајања сегмената) као и зидана подграда од бетонских блокова са дрвеним уметцима. Зглобна веза пружа могућност лакшег прилагођавања оптерећењу и равномернију расподелу оптерећења на оквир (при чему се смањује момент савијања).

У случају зидане бетонске подграде са дрвеним уметцима између блокова постиже се сличан ефекат као у претходно описаном случају. Попустљива подградна конструкција највећу примену има у случајевима када није могуће установити вредност подземног притиска или када је просторија у временском периоду оптерећена притиском различитог интензитета (утицај рударских радова). Начин извођења попустљивости подградне конструкције зависи од материјала од којег је израђена подградна конструкција. Код примене дрвета као конструктивног материјала примењује се смањење димензија доњег дела ступца или његово слабљење бушењем отвора, или коришћење зглобне везе. У случају израде подградне конструкције од челика попустљивост подграде постиже се убацивањем зглобне везе између сегмената подграде или коришћењем челичних U профила који се преклапају.

Као материјал за израду подграде користи се: дрво, челик, бетон, армирани бетон монтажна подграда израђена од бетонских или армиранобетонских сегмената, као и прскани бетон (користе се и називи торкрет или млазни бетон). Ови материјали користе се самостално или у комбинацији са другим материјалима. Учешће појединих материјала веома је различито и зависи од рударско-геолошких услова, економске моћи рудника и могућности набавке и уградње најподеснијег материјала.

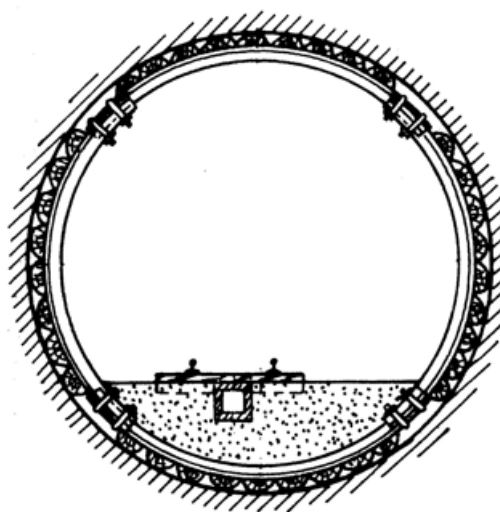
Најраније коришћени подградни материјал је дрво, које се од свих материјала најлакше обрађује и веома је често заступљено код подграђивања јамских просторија које имају краћи експлоатациони век. Уградња дрвене подграде је немеханизован и из тог разлога временски захтеван поступак, који оптерећује цео циклус израде.

У рудницима у Републици Србији најзаступљенија је челична подграда. Ова подграда најширу примену је нашла у рудницима угља и другим slabим стенским материјалима. Најчешћи примењени облик је засвођени, који се, у зависности од интензитета и правца деловања подземног притиска, израђује у варијанти: засвођеног, звонастог и потковичастог облика. У зависности од услова могу се применити и други облици: кружни, трапезни, бачvasti, елиптични и разни неправилни облици или одговарајуће комбинације, јер је челик као материјал погодан за обликовање и код сложенијих облика попречног пресека. На слици 2.2. приказана је челична лучна подграда.



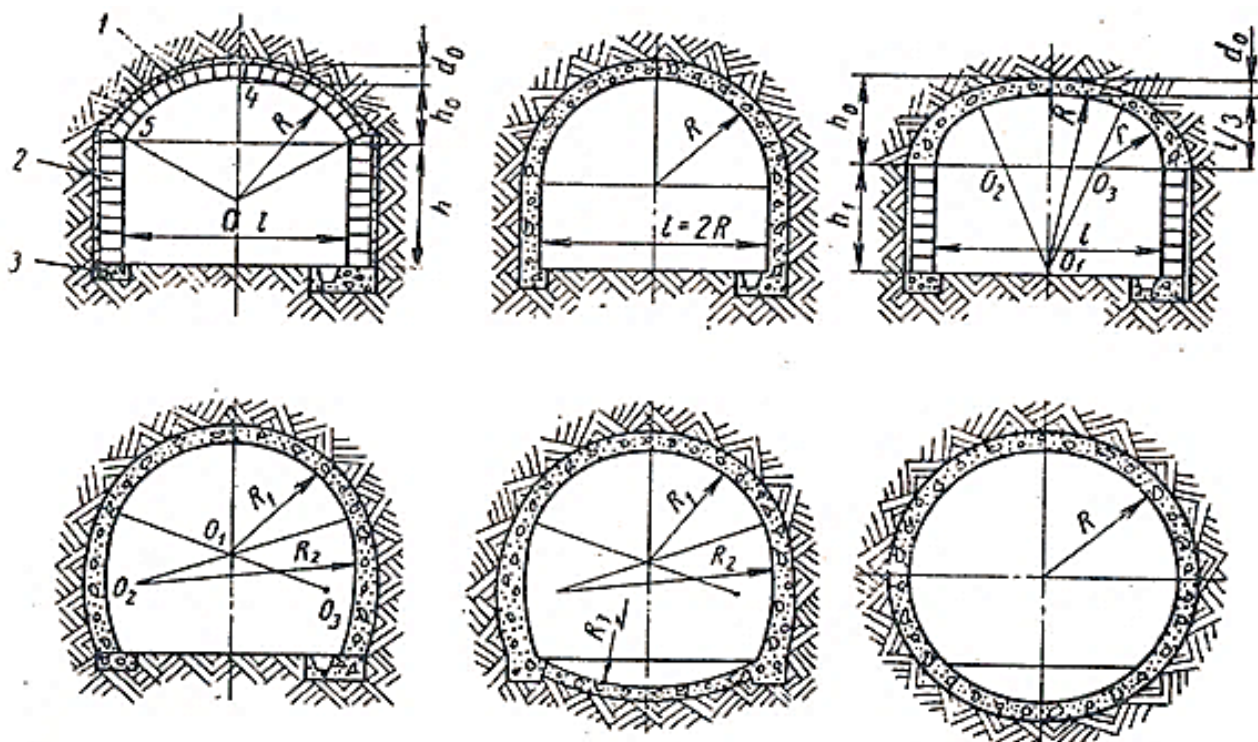
Слика 2.2 – Приказ челичне лучне подграде (адаптација FMDRC, 2018)

У случајевима свестраног притиска великог интензитета користи се затворени полигонски, најчешће кружни (слика 2.3), неправилни облик попречног пресека или кружни делимично попустљиви оквир.



Слика 2.3 – Конструктивни изглед кружног подградног оквира (Јовановић, 1994)

Просторије отварања рудника често се подграђују монолитним и армираним бетоном. Најчешће се примењују засвођени, потковичасти и кружни облик бетонске и армирано бетонске подграде (слика 2.4) намењене дуготрајнијој употреби.



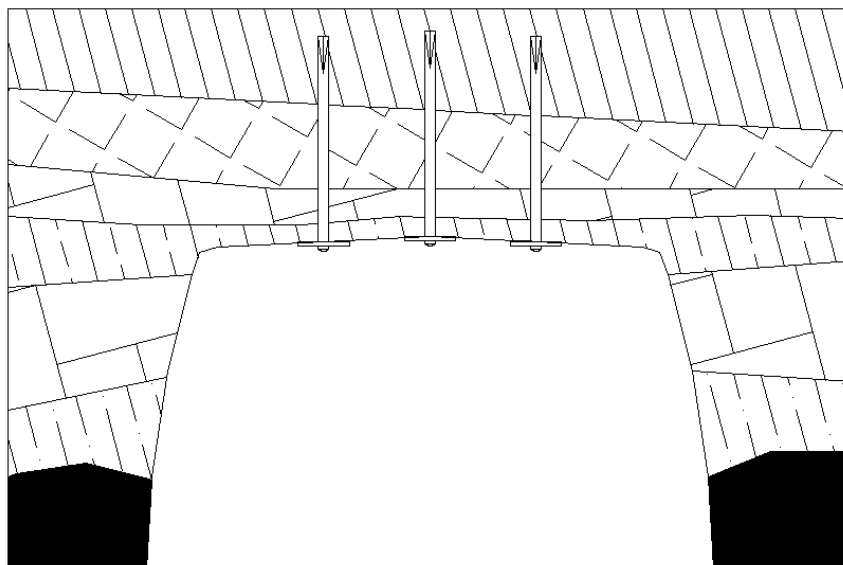
Слика 2.4 – Бетонска и армиранобетонска подграда просторија различитих облика попречног пресека 1) свод, 2) бок, 3) темељ, 4) теме, 5) ослонац свода  $h$  – висина бока,  $h_0$  – висина свода,  $d_0$  – дебелина подграде,  $R$  – радијус свода,  $l$  – ширина ходника,  $O$  – средишње тачка,  $O_1, O_2, O_3$  – средишње тачке конструкције из три тачке,  $r$  – прелазни радијус свода,  $R_1, R_2, R_3$  – радијуси при конструкцији из три тачке (Јовановић, 1994)

Код хоризонталних подземних просторија, како јамских тако и инфраструктурних, као алтернатива класичној бетонској и армиранобетонској подгради користи се подграда од прсканог и микроармираног прсканог бетона. Подграда од прсканог бетона први пут је примењена 1914. године. Разлог све веће примене прсканог бетона у изradi подземних просторија је низ добрих карактеристика: могућност уградње на било којој висини просторије, добра адхезија на неравним површинама, велика флексибилност дебелине уграђеног слоја у зависности од конфигурације, могућност армирања мрежом или влакнима од различитих, често рециклираних материјала (челична, синтетичка, фиберглас) и могућност постизања брзе носивости без уградње оплате (Höfler & Schlumpf, 2006). Ова метода представља брзу методу уградње бетона са великом флексибилношћу у раду и економичнија је у односу на класичан начин уградње бетона и у потпуности је високо механизовани процес. На слици 2.5. дат је приказ уградње подграде од прсканог бетона.



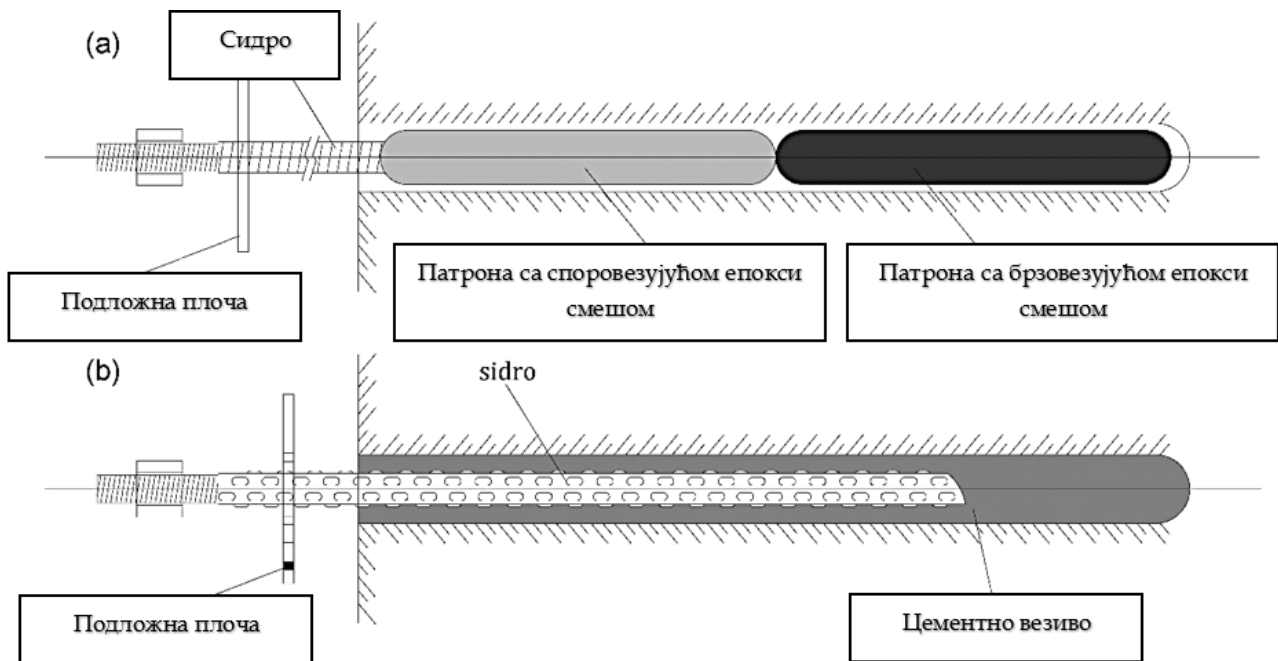
Слика 2.5 Уградња подграде од прсканог бетона (Putzmeister, 2022)

Наведени облици могу се користити код израде ходника у чврстом материјалу без подграде као и код примене сидара (користи се често и термин анкер). Када се сидро користи као подградни материјал (слика 2.6), облици попречног пресека јамских просторија могу бити различити, с обзиром да се сидро веома лако прилагођава сваком облику контуре подземне просторије. Овај тип подграде спада у висећу групу подграде, за разлику од свих претходно наведених који спадају у групу подупируће подграде.

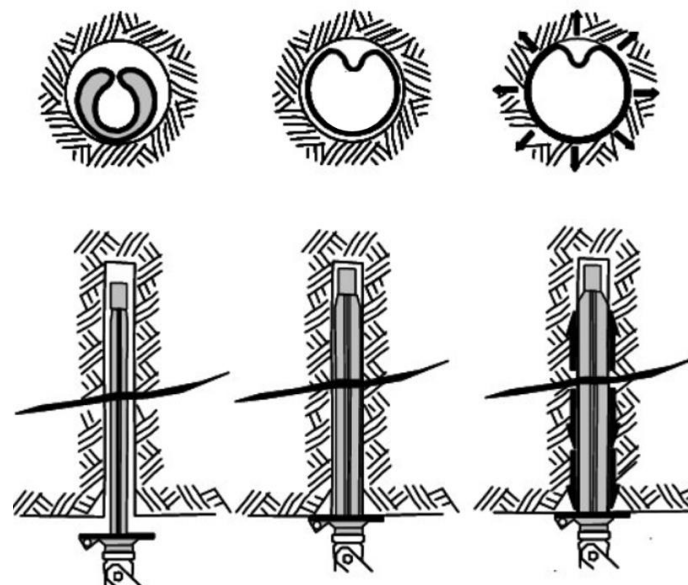


Слика 2.6 – Просторија симетричног облика попречног пресека подграђена сидрима

Поред приказаних типова сидара (која функционишу на принципу тачкастог учвршћења) у пракси се, у рударству, користе и сидра са континуалним дејством. За ову сврху користе се челична или фиберглас сидра са везивом од епоксидне смоле или цемента (Слика 2.7) и Swellex сидра (Слика 2.8). Swellex сидра састоје се од савијене цеви која је затворена на оба краја чаурама које су заварене. На једној чаури постоји отвор који се користи за упумпавање флуида под високим притиском у циљу ширења сидра и постизања облика прилагођеног бушотини.



Слика 2.7 – Приказ сидара са континуалним дејством, а) сидро са епоксидном смолом, б) сидро са цементним везивом (Song et al., 2017)

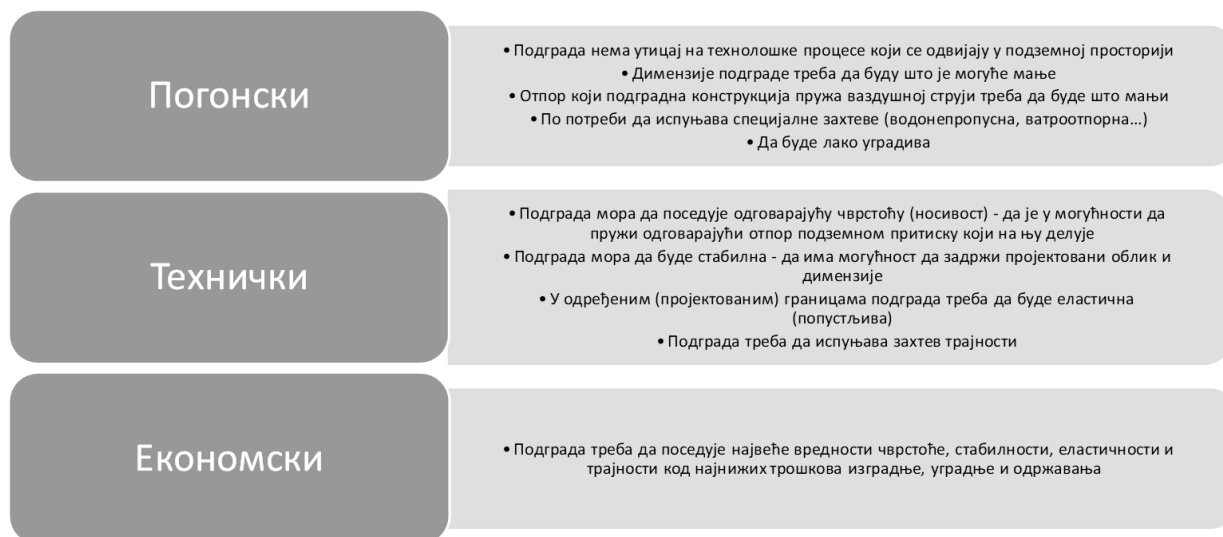


Слика 2.8 – Приказ уградње Swellex сидра (Villaescusa et al. 2006)

Како је модел за прогнозу деформација подградне конструкције у овој дисертацији описан на случају челичне подграде (као најзаступљеније подграде у рудницама угља у Републици Србији) детаљније ће у поглављу 2.7. бити описани основни облици и конструктивне карактеристике овог типа подграде као и основни прорачуни везани за овај тип челичне оквирне конструкције.

### 2.2.1. ПРОЈЕКТОВАЊЕ ПОДГРАДЕ ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА

Пројектована подградна конструкција мора да задовољи погонске, техничке и економске услове (Јовановић, 1994). Опис група услова које подграда треба да задовољи приказан је на слици 2.9.



Слика 2.9 – Групе услова које подградна конструкција треба да задовољи

Тип подграде који ће бити коришћен у подземној просторији условљен је рударско-геолошким параметрима радне средине, оптерећењем стенске масе које ће деловати на подграду, техничким могућностима изградње и економском оправданошћу, односно испуњеношћу већ поменутих погонских, техничких и економских услова подграде.

Након извршеног одабира подградне конструкције, усвајања њеног облика и димензија неопходно је извршити проверу димензија попречног пресека подземне просторије као и статичку стабилност подградне конструкције како би се сви законски, статички и технолошки захтеви испунили. Детаљни прорачуни подградне конструкције по врстама подградних материјала приказани су у књизи Пројектовање и прорачун подграде хоризонталних просторија – књига 3 (Јовановић, 1995).

Количина доступних информација о утицајним факторима на избор одговарајуће врсте подграде у рудницима се повећава како се рудник развија од фазе пројектовања преко периода отварања и припреме за експлоатацију, до фазе експлоатације. Недостатак информација у раним фазама пројектовања и отварања рудника најчешће је директна последица грубих претпоставки о структурној геологији, вредностима напонског стања, чврстоћи стенског масива као и осталим факторима који могу утицати на избор одговарајуће врсте подградне конструкције (Hoek et al., 2000).

Пројектовање подграде представља сложен процес који се ослања на податке прикупљене геолошким истраживањима, њихову анализу, карактеризацију и класификацију. Већ је наведено да се поменути подаци, поготово у раним фазама пројектовања, заснивају на претпоставкама, јер обим истражних радова на макролокацији (довољан за моделирање лежишта) једноставно није довољан за детаљне анализе параметара радне средине у којој ће се изводити рударски радови, поготово када се у обзир узме променљива природа стенског масива чак и на релативно малом простору и утицај екстраполација.



Да би се ова појава разјаснила потребно је упознати се са основним терминима везаним за категоризацију и класификацију резерви чврстих минералних сировина, начином прорачунавања резерви, дозвољеним грешкама при утврђивању резерви и максималним растојањима између истражних радова у Републици Србији.

## 2.2.2. ОБИМ ИСТРАЖНИХ РАДОВА И ЊИХОВ УТИЦАЈ НА ПОУЗДАНОСТ ПОДАТАКА О РАДНОЈ СРЕДИНИ

Минерални ресурси представљају необновљиве геолошке ресурсе у таквом облику и са таквим квалитетом и количином да постоје рационални изгледи за њихову могућу економичну експлоатацију, али у моменту извештавања нису експлоатабилни (Службени гласник РС, 2021).

Резерве минералних сировина представљају геолошки утврђене резерве минералних ресурса у неком лежишту за које је доказано да се при одређеним техничким, технолошким, економским и еколошким условима могу експлоатисати (Службени гласник РС, 2021).

На основу степена истражености и познавања квалитета минералне сировине, утврђене масе резерви чврстих минералних сировина могу се разврстати у категорије А, В, С<sub>1</sub>, С<sub>2</sub>, D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub> (Службени лист СФРЈ, 1979).

Категоризација и класе поменутих резерви са дозвољеним грешкама и вероватноћом приказани су у табели 2.2.

Табела 2.2. Категоризација и класификација резерви чврстих минералних сировина

Категорија	Класе	Напомена	Дозвољене грешке (%)	Вероватноћа (%)
A	Билансне Ванбилансне	Начелно није дозвољена екстраполација	± 15	85
B	Билансне Ванбилансне	Дозвољена екстраполација	± 30	70
C	Билансне Ванбилансне	Дозвољена екстраполација	± 50	50
C <sub>1</sub>	/	/	/	/
C <sub>2</sub>	/	/	/	/
D <sub>1</sub>	/	Служе за планирање геолошких истраживања	/	/
D <sub>2</sub>	/	Служе за планирање геолошких истраживања	/	/

Обим потребних истражних радова за разврставања у категорије А, В, и С<sub>1</sub> разликује се од минералне сировине. У табели 2.3. приказан је обим истражних радова приликом истраживања и категоризације угља. За друге чврсте минералне сировине које су заступљене на простору Републике Србије неће бити приказан обим потребних радова, јер је развијени модел за прогнозу деформација најпримењивији у рудницима угља.

Табела 2.3. Обим истражних радова приликом истраживања и категоризације угља

Група и подгрупа лежишта	Максимална растојања истражних радова (m)					
	А категорија		В категорија		С <sub>1</sub> категорија	
	по паду	по пружању	по паду	по пружању	по паду	по пружању
<b>Прва група</b>						
I подгрупа	250	250	500	500	1000	1000
II подгрупа	175	175	350	350	750	750
III подгрупа	125	125	250	250	500	500
<b>Друга група</b>						
I подгрупа	175	250	350	500	750	1000
II подгрупа	125	175	175	350	500	750
III подгрупа	62,5	125	125	250	250	500
<b>Трећа група</b>						
I подгрупа	125	250	250	350	500	750
II подгрупа	62,5	125	175	250	350	500
III подгрупа	током експлоатације		125	175	175	350

Као што се може видети из претходне табеле чак и у случају обављеног истражног бушења које даје податке за категоризацију минералних ресурса и у А категорију, растојање између истражних радова је релативно велико. Када се у обзир узме и дозвољени степен екстраполације (за резерве угља код А категорије до 50%) добија се

велики простор којим су подухваћени истражни радови. Како се пројектовање рудника врши на основу података о резервама корисне минералне сировине коју је могуће економски експлоатисати, мрежа истражних радова се планира тако да услед добијања позитивних бушотина (бушотина у којима ће се регистровати корисна минерална сировина – руда) минерална сировина може бити сврстана у категорије А, В и С<sub>1</sub>. Треба узети у обзир да се поменута категоризација односи на зону корисне минералне сировине. Како се најчешће просторије отварања раде кроз јаловину, неопходно је урадити додатне истражне бушотине и по траси просторија отварања.

У случају пројектовања подземних просторија отварања, не постоје конкретне препоруке о обиму неопходних истражних радова али се на одређени начин могу користити препоруке за инфраструктурне објекте (тунеле) јер су просторије отварања рудника капиталне просторије са веома дугачким експлоатационим веком (век трајања рудника) и у томе су сличне као и тунели.

Оно што се може закључити је да се и са законски прописаним степеном истраживања добијају подаци макролокације, а да се простор унутар мреже, између истражних радова, интерполира. С обзиром на структуру земљине коре, сложених односа који постоје, појаве раседних зона, пукотина и разлика које могу да се јаве на једном истражном пољу, ови резултати свакако нису довољни за целокупно схватање свих рударско-геолошких услова неопходних за усвајање подграде.

Ипак, на основу поменутих података неопходно је извршити пројектовање подградне конструкције подземне просторије, с тим што се као последица може јавити усвајање неадекватне подградне конструкције. Потпунију слику реалног стања радне средине можемо утврдити тек у фази израде подземних просторија. Из тог разлога неопходно је развити такав модел који ће на основу реалних услова на терену моћи рударским инжењерима да пружи могућност доношења одлуке о замени врсте подграде или планирању санације усвојене подграде. Дугорочни исход примене таквог модела је формирање базе података за различите подградне конструкције у различитим радним срединама. База података би се могла користити као помоћни алат при доношењу одлука и у фази пројектовања просторија отварања подземних рудника или других подземних просторија.

### 2.2.3. КЛАСИФИКАЦИЈА СТЕНСКЕ МАСЕ И ИЗБОР ТИПА ПОДГРАДЕ

Избор одговарајуће подграде представља сложен проблем у рударском инжењерству, због великог броја непознаница у готово свим фазама пројектовања, како подземних просторија тако и подграде. Истраживања у области подграђивања, да ли и који тип подграде и у којој ситуацији треба користити била су тема великог броја истраживача. Коришћени су различити приступи анализи овог проблема и развијен је одређен број класификација стенске масе са становишта подграђивања.

Једна од основних класификација овог типа је описна класификација, која даје опис понашања контуре подземне просторије и оцену њене стабилности, односно

представља опажање величине деформација контура подземне просторије у функцији времена. Описна класификација (Јовановић, 1990) приказана је у табели 2.4.

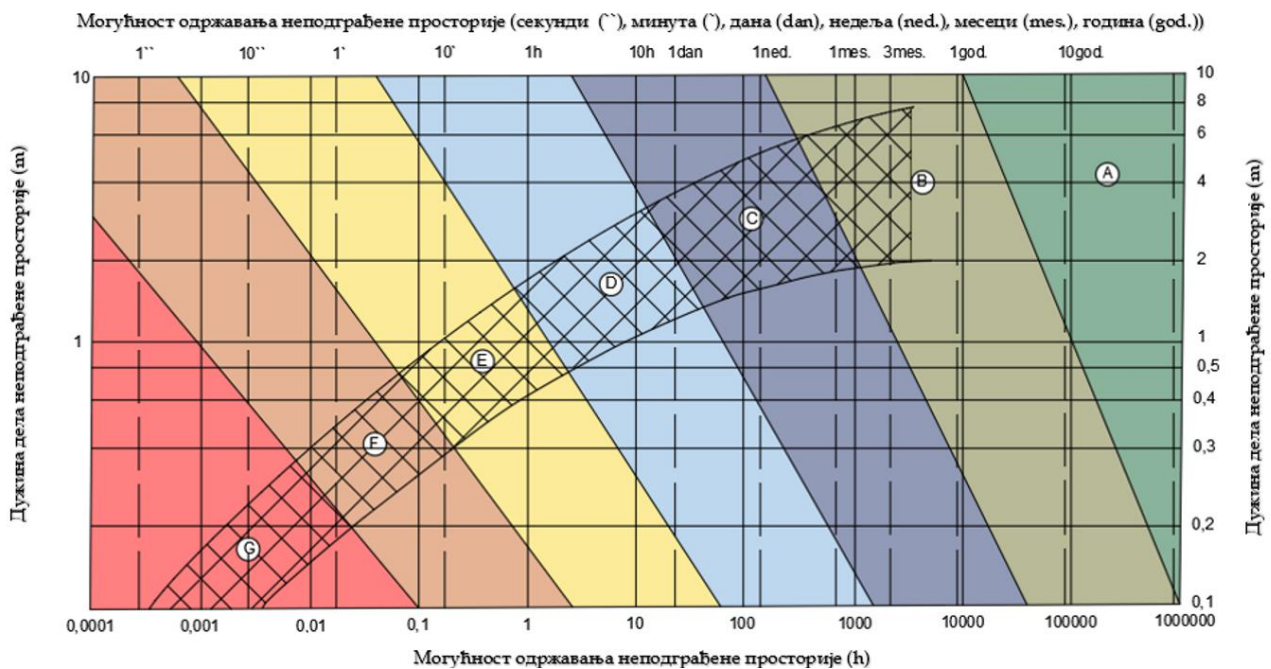
Табела 2.4. Описна класификација (Јовановић, 1990)

Класа	Опис понашања контура подземних просторија и оцена стабилности
I	Просторија је нестабилна и неопходна је уградња подграде
II	Просторија је нешто стабилнија, могуће је оставити неподграђену дужину просторију до 1 m највише 2-3 сата
III	Просторија је средње стабилна, могуће је оставити неподграђену дужину просторију до 2 m највише 1 дан
IV	Просторија је стабилна и у оваквој средини могуће је оставити неподграђену дужину просторије до 2 m, највише два дана
V	Просторија је веома стабилна и у оваквој средини могуће је оставити неподграђену дужину просторије 5-6 m неограничени временски период

Класификација коју је предложио Lauffer (1958) обухвата два квантитативна параметра: време за које просторија може остати стабилна, а да није подграђена и величину неподграђеног распона. У рударству, ова класификација се ретко користи јер се користе просторије мањих распона и тежи се избегавању сталне бетонске подграде која знатно повећава укупне трошкове израде и отежава експлоатацију у случају примене појединих метода откопавања. Ова класификација послужила је као полазна тачка за даља истраживања и усавршавања класификације (Bieniawski, 1973, Barton et al., 1974). У табели 2.5. приказана је класификација стенског масива по Лауферу (Lauffer, 1958), док је на слици 2.10 приказан дијаграм за одређивање класе стенског масива.

Табела 2.5. Класификација стенског масива према Лауферу (Lauffer, 1958; Јовановић, 1990)

Класа	Особина стенског масива	Предлог за конструкцију и врсту подграде
A	Чврсте и масивне стене код којих „одсутује“ појава подземног притиска.	Без подграде. Понеко сидро. Прскани бетон дебљине 3-5 cm.
B	Чврсте, слабо испуцале и слабо измењене стене са могућношћу појава обрушавања.	Висећа подграда (сидра). Прскани бетон дебљине 5-10 cm.
C	Средње чврсте и слабо испуцале и слабо измењене стене са могућношћу појава обрушавања.	Висећа подграда са прсканим бетоном ојачаним жичаном мрежом. Дебљина прсканог бетона 10-15 cm.
D	Средње чврсте испуцане стене код којих долази до притиска из кровине.	Висећа подграда са прсканим бетоном дебљине 10-15 cm. Подупирућа подграда.
E	Средње чврсте испуцане стене код којих долази до појаве знатног притиска.	Прскани бетон ојачан жичаном мрежом у дебљини 20- 25 cm.
F	Средње чврсте и меке, јако испуцале стене које показују знатне притиске из кровине и бокова.	Подупирућа подграда израђена од ливеног бетона, армираног бетона или бетонских елемената.
G	Слабе (меке) и здробљене стене код којих се испољава велики подземни притисак.	Подупирућа подграда израђена од ливног бетона, армираног бетона или монтажних елемената.



Слика 2.10 – Дијаграм за одређивање класе стенског материјала (адаптација – Lauffer, 1958)

Истраживачи Deere и др. (1970) су у својим истраживањима покушали да примене RQD индекс у комбинацији са ширином просторије за дефинисање типа подграде.

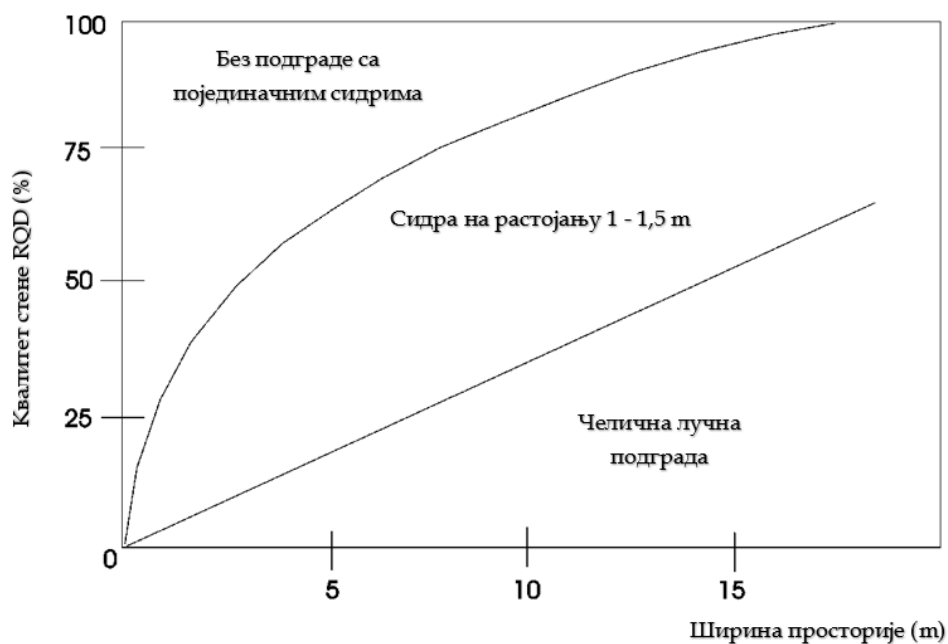
Квалитет стенске масе RQD дефинише се као однос укупне дужине језгра у комадима већим од 10 cm и укупне дужине бушотине изражене у cm изражен у процентима.

Класификација квалитета стенске масе RQD на основу RQD индекса (образац 2.1) описан је у табели је у табели 2.6.

Табела 2.6. Класификација квалитета стенске масе (Deere et al., 1970)

RQD индекс (%)	Квалитет стене
0 - 25	Врло слаб
25 - 50	Слаб
50 - 75	Прилично добар
75 - 90	Добар
90 - 100	Врло добар

Недостатак овог типа класификације са становишта подграђивања је тај што RQD индекс није довољан да опише све услове који владају у стенском масиву. Графички приказ класификације коју је предложио Merritt (1972) приказан је на слици 2.11.



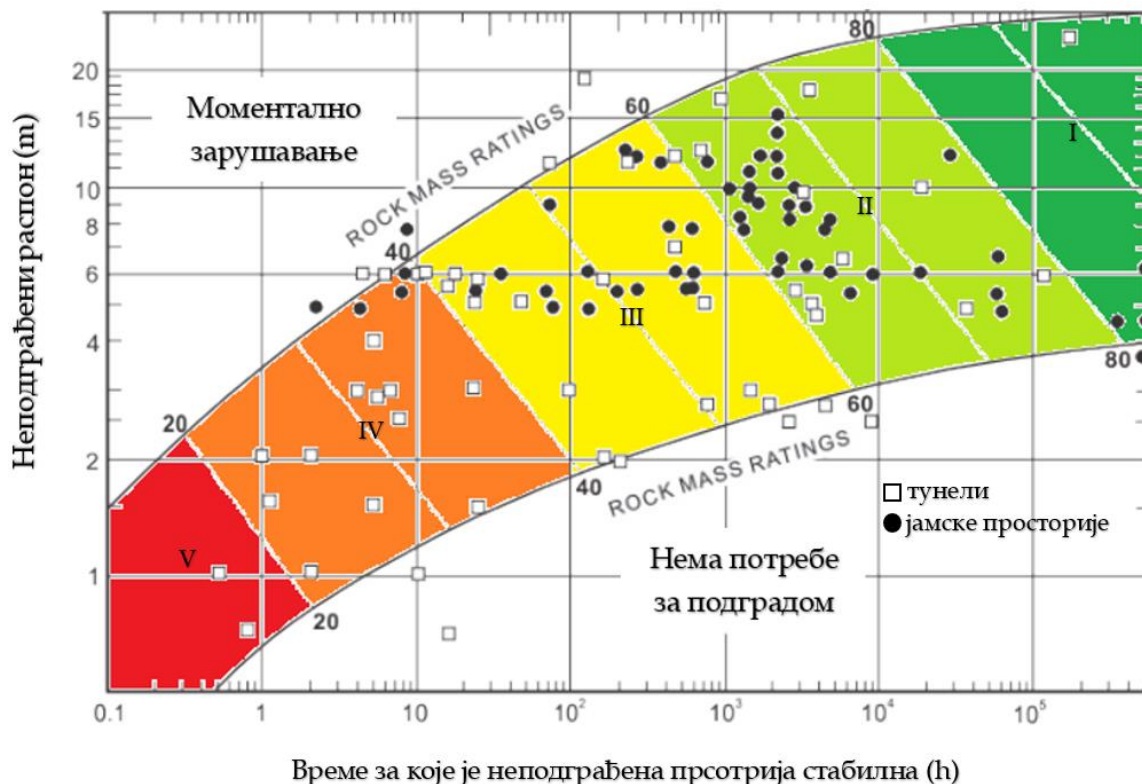
Слика 2.11 – Предлог типа подграде у зависности од RQD индекса и ширине просторије (преузето, Видановић и Токалић, 2011)

Класификација се заснива на подели стенске масе у сегменте које раздвајају раседи, док сваки структурни сегмент стенске масе чини исти тип стенске масе или има исте карактеристике дисконтинуитета (Ноек, 2007; Abbas et al., 2014). Bieniawski (1989) је усавршио свој предлог класификације и дао предлог начина ископа и подграђивања као што је приказано у табели 2.10. (за случај потковичастог облика попречног пресека, ширину просторије од 10 m, примену бушачко-минерских радова и за вредност вертикалне компоненте подземног притиска до 25 МПа). На слици 2.12 је приказан дијаграм за одређивање да ли је потребна уградња подграде на основу RMR индекса (Bieniawski, 1989).

Lauffer (1988) је дошао до закључка да уколико се израда просторија врши тунелском машином, а не бушачко-минерским радовима, претходно наведене категорије радне средине се побољшавају за једну категорију у односу на израду бушачко-минерским радовима. Претходно поменути класификацију унапредио је Laubscher (1990) и додатно је прилагодио рударском окружењу уводећи у постојећу RMR класификацију додатне параметре који се односе на утицај временских прилика, оптерећења настала рударским радовима, оријентацију пукотина и утицај минерских радова. Ова (MRMR) класификација примењена на проблематику везану за рударство и детаљније је приказана у радовима аутора Laubscher & Jakubec (2001) и Jakubec & Esterhuyen (2007).

Табела 2.7. Упутство за примену RMR класификације (Bieniawski, 1979)

RMR категорија	Ископ	Тип подграде конструкције и параметри уградње		
		Сидро (20 mm)	Прскани	Челични оквир
I – врло добра стена RMR: 81-100	Цео профил, напредовање 3 m.	Без подграде, изузев у појединим местима (сидра).		
II – добра стена RMR: 61-81	Цео профил, напредовање 1,5 – 3 m. Неподграђено највише 20 m од чела.	Локална сидра у своду на растојању 2,5 m уз местимичну примену мреже.	50 mm у своду, где је потребно.	Није потребно.
III – повољна стена RMR: 41-60	Ископ по фазама, напредовање 1,5 – 3 m у своду. Подграђивање након сваког напредовања. Неподграђено највише 10 m од чела.	Систематско сидрење на растојању 1,5 – 2 m у своду и боковима. Обавезна примена челичне мреже.	50 – 110 mm у своду и 30 mm у боковима.	Није потребно.
IV – лоша стена RMR: 21-40	Ископ по фазама, напредовање 1 – 1,5 m у своду. Подграђивање истовремено са ископом.	Систематско сидрење на растојању 1 – 1,5 m у своду и боковима. Обавезна примена челичне мреже.	100 – 150 mm у своду и 100 mm у боковима.	Лаки до средњи оквири са размаком 1,5 m.
V – врло лоша стена RMR: испод 20	Ископ са више чела. Напредовање 0,5 – 1,5 m. Постављање привремене или сталне подграде одмах уз обавезно торкретирање.	Систематско сидрење на растојању 1 – 1,5 m у своду и боковима. Обавезна примена челичне мреже. Сидра у подини.	150 – 200 mm у своду и 150 mm у боковима.	Средњи до тешки оквири са размаком 0,75 m, добро заложени. Затворени подински свод.



Слика 2.12 – Дијаграм уз RMR категоризацију стенске масе (адаптација Bieniawski, 1989)

Једна од најчешће коришћених класификација радне средине развијена је од стране Норвешког геотехничког института (NGI) као функција шест независних променљивих (Milne, 1997). Barton et al. (1974) су на основама претходно поменутих класификација и увођењем новог параметра  $D_e$  (еквивалентна димензија распона) предложили Q класификацију стенске масе. Применом ове класификације могуће је утврдити из односа параметра  $D_e$  (еквивалентне димензије распона) и Q (индекс квалитета стенске масе) да ли је неопходно подграђивање подземне просторије у циљу одржавања стабилности контура, а затим је могуће утврдити тип подграде и њене карактеристике. Barton et al. (1974) дефинисали су параметар Q по следећем обрасцу:

$$Q = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_r}{J_a} \cdot \frac{J_w}{SRF} \quad (2.1)$$

где је:

- $RQD$  – квалитет стенске масе,
- $J_n$  – број система пукотина,
- $J_r$  – хrapавост и квалитет површина пукотина,
- $J_a$  – стање између пукотина,
- $J_w$  – фактор редукције пукотинске воде,
- $SRF$  – фактор смањења напона.

Преглед параметара који се користе за прорачун показатеља квалитета израде подземних просторија по методи NGI је изузетно обиман и може се пронаћи у литератури (Јовановић, 1990).



Вредност еквивалентне димензије распона  $D_e$  добија се по обрасцу:

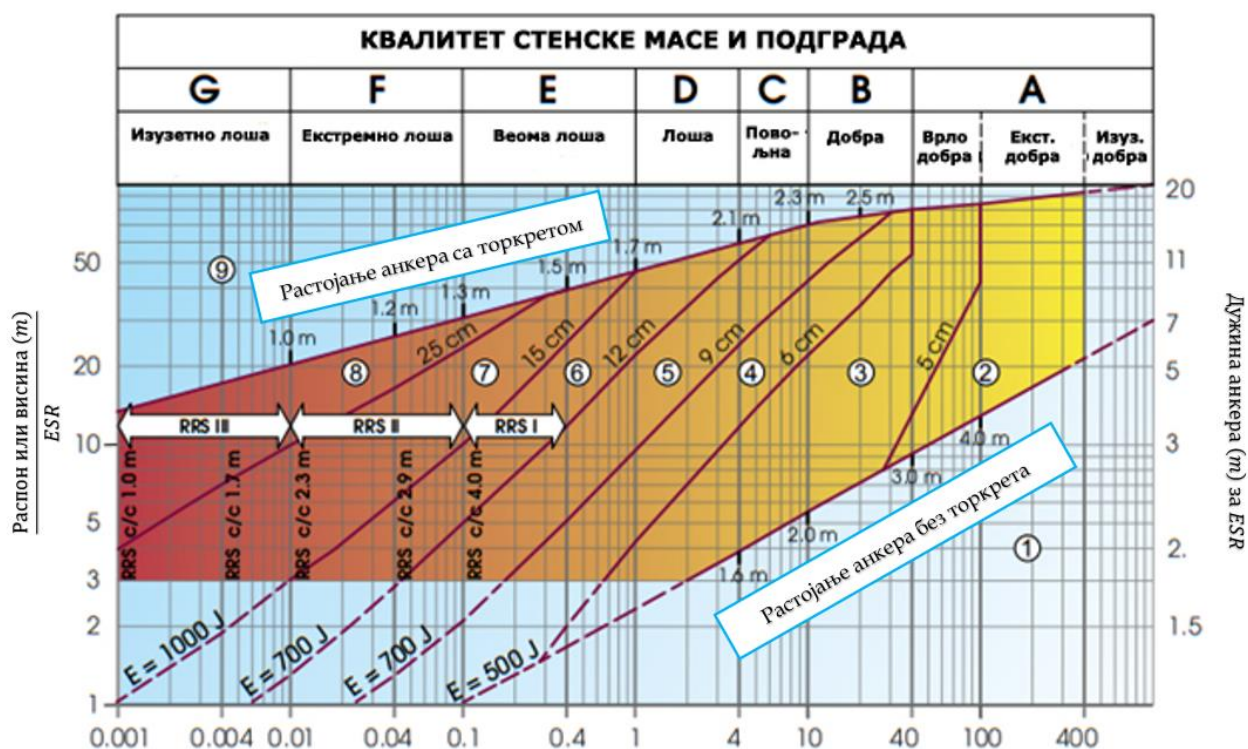
$$D_e = \frac{\text{Распон, пречник или висина просторије (m)}}{ESR} [m] \quad (2.2)$$

где је:

- $ESR$  – коефицијент сигурности у зависности од намене просторије.

Са познатим вредностима параметра  $Q$  (образац 2.1.) и  $D_e$  (образац 2.2.) могуће је на основу графика приказаног на слици 2.13 одредити да ли је просторију потребно подграђивати и са којом врстом подграде.

Бројевима од 1 до 9 на дијаграму на слици 2.13. означене су различите категорије подградне конструкције који се уз детаљнија објашњења о правилном начину примене класификације по NGI могу пронаћи у литератури (NGI, 2015). Категорије подградне конструкције по NGI класификацији су: 1 – без подграде; 2 – тачкасто сидрење; 3 – систематско сидрење; 4 – систематско сидрење и прскани бетон дебљине 4 – 10 cm; 5 – микроармирани прскани бетон (5 – 9 cm дебљине) и сидра – микроармирани прскани бетон (9 – 12 cm дебљине) и сидра; 7 – микроармирани прскани бетон (12 – 15 cm дебљине) и сидра; 8 – микроармирани прскани бетон (више од 15 cm дебљине), подградни челични оквири и сидра; 9 – ливена бетонска подграда.



$$\text{Квалитет стенске масе } Q = \frac{RQD}{J_n} \cdot \frac{J_r}{J_a} \cdot \frac{J_w}{ESR}$$

Слика 2.13 – Приказ односа еквивалентне димензије распона и квалитета стенске масе по NGI поступку (адаптација NGI, 2015)

Још једна класификација, GSI (Geological Strength Index – геолошки индекс чврстоће) која је често заступљена, развијена је од стране истраживача Hoek и Brown. Ова

класификација заснива се на оцени геолошког индекса чврстоће на основу визуелног прегледа геолошких услова (Hoek & Brown, 1980, Hoek & Brown, 1997). На основу експерименталних истраживања поменути аутори утврдили су критеријум лома, на основу кога је могуће утврдити границе на којој долази до разарања стенске масе под неким оптерећењем (Јовановић, 1994). Основни облик овог критеријума дефинисан је обрасцем:

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sqrt{m \cdot R_p \cdot \sigma_3' + s \cdot R_p^2} \text{ [MPa]} \quad (2.3)$$

где је:

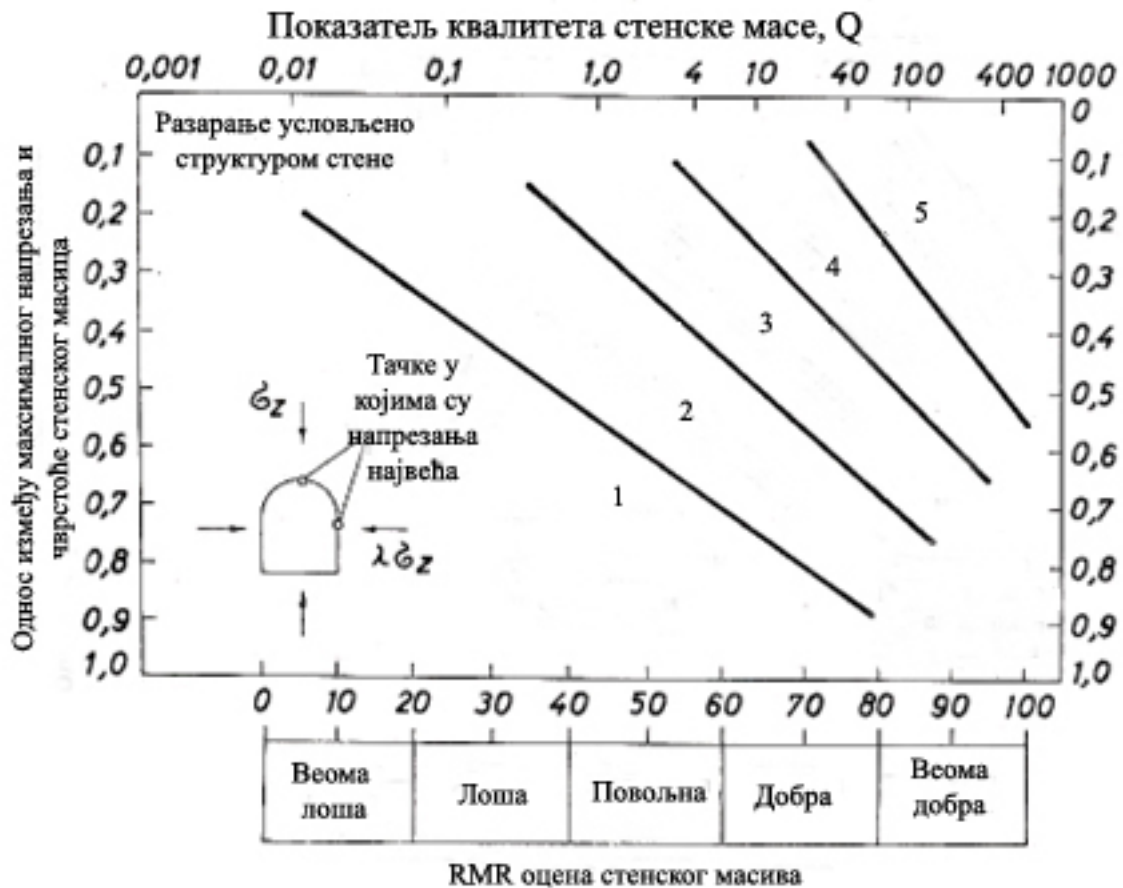
- $\sigma_1'$  – максимални ефективни главни напон у тренутку лома, МПа,
- $\sigma_3'$  – минимални ефективни главни напон у тренутку лома, МПа,
- $R_p$  – једноаксијална притисна чврстоћа, МПа,
- $m$  и  $s$  – емпиријске константе које је могуће усвојити из литературе (Јовановић, 1995).

Образац 2.3. може се записати и у следећем облику:

$$\frac{\sigma_1}{R_p} = \frac{\sigma_3}{R_p} + \sqrt{m \cdot \frac{\sigma_3}{R_p} + s} \quad (2.4)$$

где однос  $\frac{\sigma_1}{R_p}$  представља критеријум лома, на основу кога је предложена методологија за оријентационо одређивање типа подградне конструкције.

Уколико су познати величина односа између највећег главног напона и чврстоће узорка и индекс квалитета стенског масива према Q или RMR могуће је уз коришћење дијаграма са слике 2.14. оријентационо одредити тип подграде (Јовановић, 1995).



Слика 2.14 – Дијаграм за оријентационо одређивање типа подграде (адаптација Ноек и Brown, 1980), 1 – осигурање просторије је тешко оствариво; 2 – подграда велике носивости; 3 – подграда средње носивости; 4 – лака подграда; 5 – по правилу без подграде

### 2.3. ВРСТЕ И ДИМЕНЗИЈЕ ТРАНСПОРТНИХ СРЕДСТАВА

Транспортна средства обухватају сву опрему, средства и уређаје који су у употреби приликом превоза руде, јаловине, опреме, репроматеријала или људства, а за свој смештај и кретање користе подземне просторије.

Према начину транспорта и коришћења ове опреме, средстава и уређаја, код подземног рада целокупан транспорт може се поделити у два дела и то: руднички транспорт и руднички извоз, док се према начину дејства транспортна средства деле на дисконтинуална (циклична) и континуална (са непрекидним дејством) (Грујић, 1999).

Транспортна средства се према намени дели на:

- средства за рад на откопима,
- средства за рад у главним транспортним просторијама,
- помоћна транспортна средства,
- транспортна средства за допрему репроматеријала,
- транспортна средства за превоз радника и

- транспортна средства за спољашњи транспорт.

Посебну групу представљају извозна постројења која су предвиђена за извоз ископине (руде и јаловине), допрему репроматеријала и превоз радника окнима рудника. Извоз и допрема се врше ведрима, кошевима и скиповима.

Већина транспортних средстава је стандардизована најчешће према садржају корисног терета (вагонети, утоваривачи, камионети, кошеви, скипови, ведро) или према капацитету (тракасти или грабуљаста транспортери). Како се овде ради о различитим запреминама, односно различитим капацитетима исте врсте транспортних средстава која треба да раде под истим радним условима, разумљиво је да се разлике постижу на рачун димензија. Мањем капацитету (запремини) одговараће транспортна средства мањих димензија.

Приликом димензионисања подземних просторија значајну улогу имају спољашње димензије транспортних средстава. На основу димензија најгабаритнијег транспортног средства врши се димензионисање попречног пресека, водећи рачуна о испуњености услова у смислу дозвољене брзине кретања ваздушне струје, количине ваздуха који мора да прође кроз просторију и техничко-сигурносних прописа.

## 2.4. ТЕХНИЧКО-СИГУРНОСНИ ПРОПИСИ

Техничко-сигурносни прописи, поред димензија опреме која ће експлоатисати подземну просторију имају великог утицаја на усвајање димензија попречног пресека подземне просторије.

Према техничко-сигурносним прописима, у просторијама које се користе за транспорт руде и материјала, без обзира на врсту транспортног средства, по правилу дуж једне стране просторије треба обезбедити простор за кретање радника.

У табели 2.8. приказане су минимално дозвољена растојања између бока просторије и најистуреније тачке транспортног средства.

Табела 2.8. Минимално дозвољена растојања између бока просторије и најистуреније тачке транспортног средства

Опис места	Минимална растојања (mm)
<i>Транспорт железничким композицијама</i>	
Између подграде и возила са стране где није дозвољен пролаз радника	250
Између подграде и возила са стране где је дозвољен пролаз радника	700
Између композиција које се мимоилазе по два паралелна колосека	200
На навозиштима, извозиштима и другим маневарским местима (са обе стране вагонета)	700
На местима где је предвиђен улазак и излазак радника из вагона	1000
<i>Транспорт грабуљастим и тракастим транспортерима</i>	
Између подграде и конструкције са стране где није дозвољен пролаз радника	400
Између подграде и конструкције са стране где је дозвољен пролаз радника	700
<i>Транспорт јамским камионима и утоваривачима</i>	
Између подграде и возила са стране где није дозвољен пролаз радника	500-600
Између подграде и возила са стране где је дозвољен пролаз радника	1200

Готово сви стандарди Института за стандардизацију Србије који се односе на јамску подграду, облик и мере, класификација и методе одређивања попречног пресека јамских просторија, пресеке подземних просторија за све облике попречног пресека, су повучени из употребе. Тренутно комисије раде на увођењу нових стандарда из поменутих области. Такође према важећим стандардима у Републици Србији тренутно нису дефинисани техничко-сигурносни прописи који се односе на минималне димензије приликом примене самоходне механизације на електрични погон која је све чешће заступљена у рудницима. Приликом пројектовања уговорне стране се договарају око примене стандарда. Могу се користити домаћи или страни одговарајући актуелни стандарди. Такође могу се користити и нестандардне димензије просторије или димензије усклађене са технички најсличнијом механизацијом за коју су техничко-сигурносни прописи дефинисани.

Приликом димензионисања попречног пресека подземних просторија морају се испоштовати минимални техничко-сигурносни прописи (чак и ако су тренутно повучени, они су на снази до доношења нових), јер управо они пружају одређену меру флексибилности у раду у случају непланираног развоја деформација контура подземне просторије.

## 2.5. ОПТИМАЛАН СЛОБОДНИ ПОПРЕЧНИ ПРЕСЕК ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ

Оптimalан облик попречног пресека подземне просторије је онај облик попречног пресека подземне просторије који са економске, техничке и технолошке тачке гледишта најисплативији а да притом испуњава минималне законске услове у погледу димензија и који се уз минималне трошкове одржава у пројектованом стању.

Најчешће се димензије оптималног попречног пресека подземних просторија рачунају на основу анализе свих трошкова насталих услед технолошког процеса израде и одржавања подземне просторије, узимајући у обзир и трошкове настале приликом проветравања за одређени временски период. Прорачун величине рационалног попречног слободног пресека ( $S_{opt}$ ) може се приказати обрасцем (Јовановић, 1994):

$$S_{opt} = 4,3 \cdot \sqrt[3,5]{\frac{\alpha \cdot c \cdot w \cdot Q^3 \cdot t}{n \cdot (b + b_1)}} [m^2] \quad (2.5)$$

где су:

- $\alpha$  – коефицијент аеродинамичног отпора подграде просторије (који зависи од врсте подграде и степена храпавости контуре просторије),
- $t$  – време експлоатације подземне просторије, година,
- $w$  – цена киловата електричне енергије, динара,
- $Q$  – количина ваздуха која пролази кроз просторију,  $m^3/s$ ,
- $n$  – укупни коефицијент дејства вентилатора (најчешће се усваја  $n=0,5$ ),
- $a$  – цена коштања (директни трошкови) израде једног метра просторије, динара,
- $b$  – остали трошкови везани за цену коштања, динара,
- $b_1 = a \cdot b$ , и
- $c$  – коефицијент прелаза обима ка површини попречног пресека који износи за:
  - кружни попречни пресек,  $c = 3,54$
  - квадратни попречни пресек,  $c = 4,00$
  - трапезни попречни пресек,  $c = 3,90$
  - нискозасвођени попречни пресек,  $c = 3,80$ .

У случају да површина попречног пресека подземне просторије прорачуната по обрасцу (2.5), задовољава услове везане за проток количине ваздуха кроз прорачунати пресек, тада се може констатовати да одабрана величина попречног пресека испуњава све тражене критеријуме и може се прихватити.

## 2.6. УТИЦАЈ ДЕФОРМАЦИЈА НА ВЕЛИЧИНУ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ

Током експлоатације подземних просторија уобичајена је појава, нарочито када се просторија простире кроз радну средину са нижим вредностима физичко-механичких карактеристика стенске масе (што је чест случај у рудницима угља), смањења попречног пресека подземне просторије. Смањење попречног пресека настаје услед деловања јамског притиска.

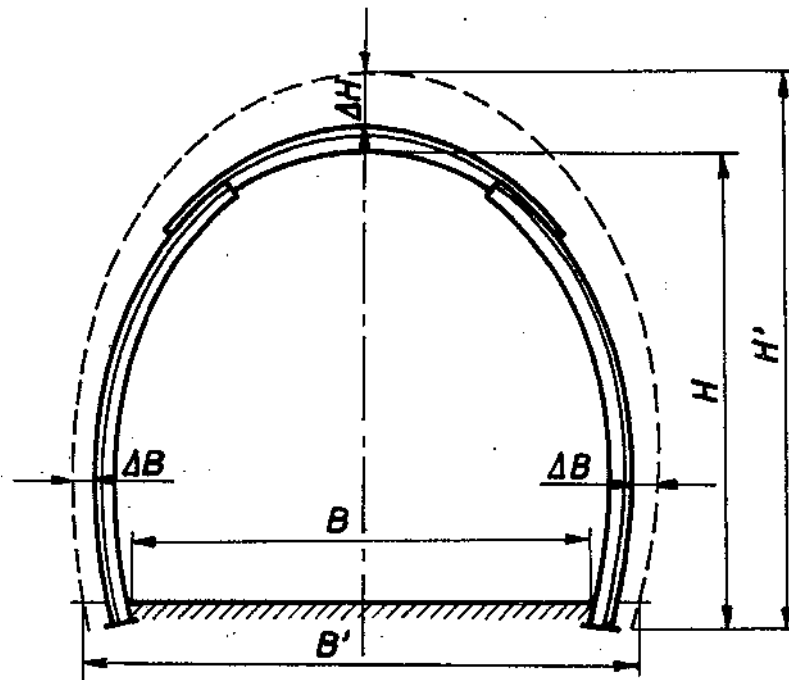
Применом попустљиве челичне подграде израђене од U профила, могуће је делимично контролисати смањење попречног пресека просторије и на њега утицати. За контролisaње умањења величине попречног пресека потребно је познавати величину деформација подземне просторије као и времена потребног за настајање

деформације. Са познатим вредностима експлоатационог века просторије ( $t$ , година) и величине деформације које настану у току једне године ( $dS$ ), могуће је одредити вредност површине коју треба додати оптималној површини попречног пресека подземне просторије у току експлоатационог века просторије како би се избегла ситуација да у току експлоатације просторије дође до смањења величине попречног пресека испод вредности дефинисаних техничко-сигурносним прописима (Слика 2.15). Узимајући претходно написано у обзир, повећану површину попречног пресека са применом челичне попустљиве подграде, могуће је дефинисати обрасцем:

$$S_{kon} = S_{opt} + t \cdot dS [m^2] \quad (2.6)$$

где је:

- $S_{kon}$  - увећање површине попречног пресека за процењену величину деформације за „ $t$ “ година,  $m^2$ ,
- $S_{opt}$  - оптимална величина попречног пресека,  $m^2$ ,
- $t$  - време коришћења подземне просторије (експлоатациони век), година,
- $dS$  - годишње смањење попречног пресека,  $m^2/год$ .



Слика 2.15 – Шема уз прорачун за одређивање попречног пресека подземних просторија са зонама деформације у току експлоатације

Годишње смањење површине попречног пресека је могуће представити одређеним емпиријским обрасцима (Јовановић, 1990). Ови обрасци зависе од низа коефицијената који су везани за рударско-геолошке услове радне средине и технологију израде подземне просторије, те је за њихово дефинисање потребно пратити понашање стенске масе за сваки рудник (понекада и просторију) засебно и установити емпиријске вредности. Из тог разлога неопходно је пронаћи другачији приступ предвиђању деформација који је могуће применити за сваки рудник, односно просторију. Исход ове докторске дисертације је управо развој алгоритма који ће са

великом прецизношћу предвидети будућа стања, односно будуће величине попречног пресека подземних просторија.

Сигурнији приступ дефинисању годишњег смањења површине попречног пресека представља развој модела за прогнозу деформација са високим нивоом тачности. Као неке од могућности намећу се истраживања у овој области која су заснована на анализи развоја деформација посматраних у дефинисаном временском периоду применом метода за анализу временске серије попут вишеканалне сингуларне спектралне анализе или сиво-стохастичким симулацијама у комбинацији са ауторегресионим процесима (Crnogorac et al., 2021, Crnogorac et al., 2023).

Смањење површине просторије ( $dS$ ) код стена са slabим физичко-механичким карактеристикама и у случају дугог експлоатационог века просторије може бити значајно. Уколико се у фази пројектовања подземних просторија не предвиди повећање површине пресека за планирани век коришћења просторије може се доћи у ситуацију за потребом санације просторије једном или више пута, што значајно повећава цену просторије и смањује оправданост њене израде. Овај случај је чест, поготово у рудницима који су на ниском технолошком нивоу. Примена приказане методологије одређивања димензија подземне просторије даје могућност коришћења просторије без извођења накнадних радова на санацији просторије.

Понекад су деформације значајних димензија и коначна површина попречног пресека ( $S_{kon}$ ) захтева толико повећање да се економски и технолошки не исплати. У таквим случајевима није могуће планирати такву величину површине попречног пресека да се експлоатација заврши бар без једне санације. Тада је потребно размотрити другачији облик попречног пресека и неку другу врсту подграде која ће бити у стању да се одупре подземном притиску и обезбеди стабилност контуре просторије.

## 2.7. ОСНОВНИ ОБЛИЦИ И КОНСТРУКТИВНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ ЧЕЛИЧНЕ ПОДГРАДЕ

Најзаступљенији подградни материјал који се користи приликом подграђивања подземних просторија, поготово у подземним рудницима угља, је челик. Како је тема овог истраживања везана за прогнозу деформација на челичној лучној подградној конструкцији у овом поглављу ће детаљније бити описани основни облици и конструктивне карактеристике овог типа подграде. Предност челика у односу на дрвену подградну конструкцију представља већа носивост и трајност, могућност прилагођавања деформацијама контура подземне просторије и могућност поновног коришћења истог оквира.

Конструктивно гледано, подградна конструкција од челика се састоји од међусобно повезаних елемената који формирају оквир усклађеног облика са обликом попречног пресека подземне просторије. У зависности од облика конструктивних елемената оквири су састављени од следећих елемената (слика 2.16):



Правих елемената	• Трапезни и правоугаони облик
Лучних и правих елемената	• Засвођени облик
Лучних елемената	• Кружни и потковичасти облик

Слика 2.16 – Конструктивни елементи сегмената челичне подграде у зависности од њихове примене код различитих облика подградне конструкције

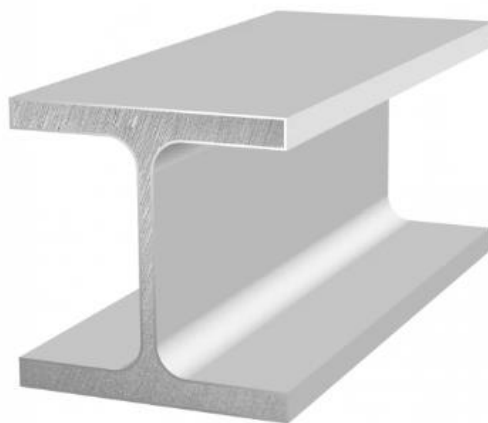
Челични подградни оквири су зависно од њихових деформационих карактеристика непопустљиви, делимично попустљиви и попустљиви.

Оквирна подграда може бити потпуна (уколико су подградни елементи уграђени по целом обиму попречног пресека подземне просторије) или делимична (уколико су подградни елементи уграђени делимично по обиму подземне просторије – бокови и кровина).

### 2.7.1. НЕПОПУСТЉИВА ЧЕЛИЧНА ОКВИРНА ПОДГРАДА

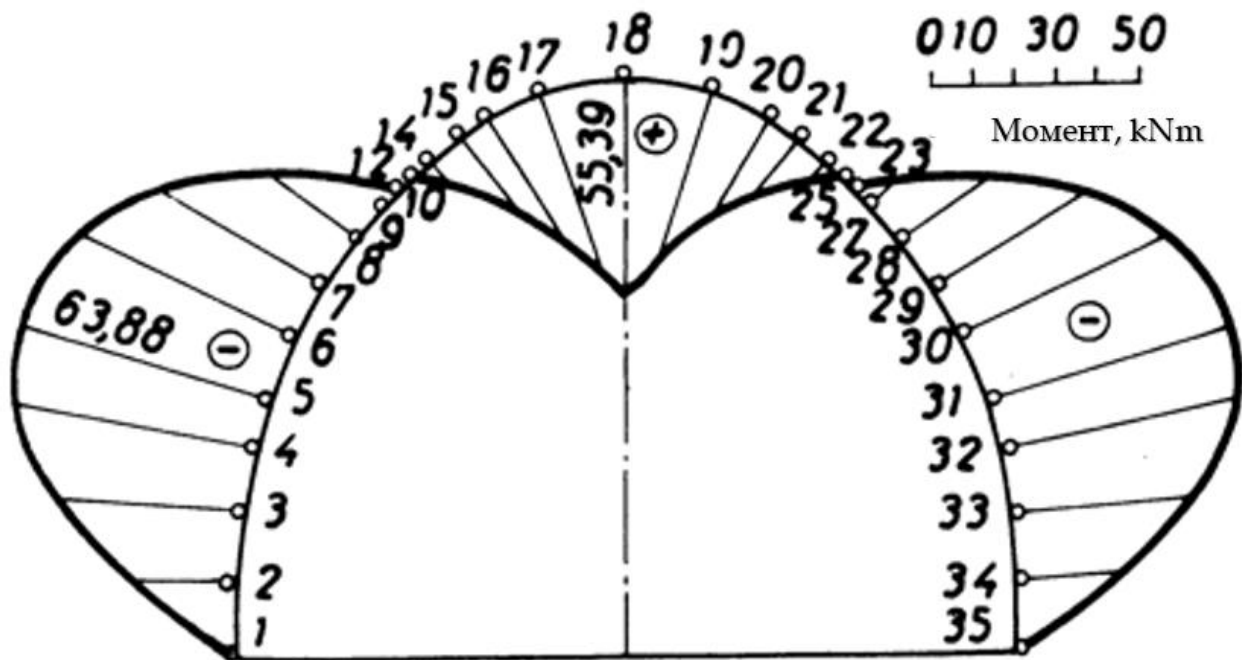
У ову групу челичне оквирне подграде спадају правоугаони, трапезни, засвођени, кружни или потковичасти облик. Основна примена ове групе је у условима познате вредности интензитета подземног притиска за просторије које нису значајније изложене динамичким оптерећењима насталим услед процеса откопавања минералне сировине (ходници откопне припреме) већ за просторије отварања и разраде лежишта (Јовановић, 1994).

Непопустљиви челични оквири се израђују од два или више сегмената међусобно повезаних чврстом везом, док је профил сваког сегмента израђен од челичног I профила. На слици 2.17 приказан је део (пресек) челичног I профила.



Слика 2.17 – Челични I профил

Понашање једног челичног непопустљивог оквира потковичастог облика са графичким приказом линије момената код равномерног оптерећења приказан је на слици 2.18.



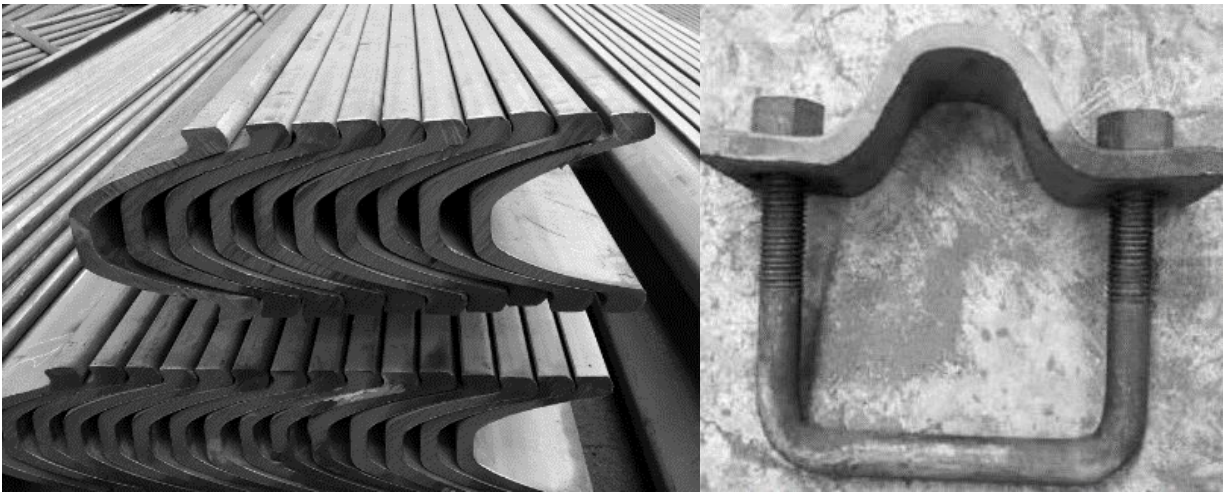
Слика 2.18 – Графички приказ линије момената код равномерног оптерећења (0,1 МПа) на непопустљиву потковичасту челичну подграду (преузето, *Chudek*, 1986)

### 2.7.2. ДЕЛИМИЧНО ПОПУСТЉИВА ЧЕЛИЧНА ОКВИРНА ПОДГРАДА

Делимично попустљива челична подграда израђена је од одговарајућих сегмената код којих је веза између сегмената израђена најчешће од дрвених облица. Овај тип подграде се показао веома применљивим у рудницима угља са стрмим слојевима, поготово у зонама откопа. Карактеристично је код ових оквира да подграда и услед већих деформација и промена облика не губи значајно на носивости. Овај тип подграде није заступљен у рудницима угља са подземном експлоатацијом у Републици Србији.

### 2.7.3. ПОПУСТЉИВА ЧЕЛИЧНА ОКВИРНА ПОДГРАДА

Главни представници овог типа оквира челичне подграде су лучни и кружни. Челични профили који се користе за израду попустљивих челичних оквира су U облика. На слици 2.19 приказан је изглед челичног U профила и узенгије за спајање два лучна сегмента.



*Слика 2.19 – Изглед челичног U профила и узенгије за спајање два лучна сегмента  
(<https://www.zxminesupport.com/USteelArch.html>)*

На слици 2.20 приказан је комбиновани начин подграђивања подземне просторије у јами „Јарандо“ Ибарских рудника мрког угља челичним U профилима.



*Слика 2.20 – Приказ уграђених оквира израђених од челичних U профила у јами „Јарандо“*

### 3. НАПОНСКА СТАЊА И ПОДЗЕМНИ ПРИТИСАК

Стабилност подземних просторија је од кључног значаја за неометано коришћење просторија у току експлоатационог века. Ако се просторије израђују у радној средини са нижим физичко-механичким вредностима, стабилност се обезбеђује уградњом различитих подградних конструкција (више о подгради подземних просторија приказано је у поглављу 2.2.). Стабилном подземном просторијом сматра се просторија која је израђена тако да успешно задржава пројектоване димензије попречног пресека без или са уграђеном подградном конструкцијом. Нестабилна подземна просторија је просторија код које је услед деловања подземног притиска дошло до смањења димензија попречног пресека и/или до делимичног, односно потпуног урушавања просторије.

Подземне просторије као вештачки направљене шупљине у стенском масиву нарушавају примарно – равнотежно напонско стање које у стенском масиву постоји. Израдом просторија долази до формирања секундарног напонског стања у непосредној и широј околини израђених просторија. Познавање напонских и напонско-деформационих стања која владају у окружењу подземне просторије кључно је за одржавање стабилности подземних просторија у току експлоатационог века.

#### 3.1. НАПОНСКА СТАЊА У СТЕНСКОМ МАСИВУ

##### 3.1.1. НАПОНСКА ПОЉА

Напонским стањима у области рударства бави се научна дисциплина механика стена. Механика стена представља теоријску и примењену науку о механичком понашању и одговору стена и стенске масе на поља сила њиховог физичког окружења (Brady & Brown, 2006).

Примарно напонско стање представља равнотежно стање које влада у стенском масиву у природним условима. Примарно напонско поље условљено је заједничким или појединачним утицајем већег броја чиниоца: механичких, структурних, топлотних, хидролошких и радијационих карактеристика стенске масе, као и гравитационих и тектонских сила и повремених динамичких оптерећења изазваних земљотресима (Јовановић, 1994).

Секундарно напонско стање настаје након израде подземне просторије када уз контуре подземне просторије долази до највеће концентрације напрезања услед нарушавања првобитног уравнотеженог напонског стања. У зависности од првобитног напонског стања, физичко-механичких карактеристика стенске масе, облика и величине подземне просторије, као и других утицајних чиниоца, разликује се и интензитет и деловање секундарног напонског стања.

Напонско стање које влада у некој тачки на одређеној дубини  $H$  зависно је од убрзања Земљине теже ( $g$ ) и запреминске тежине стенске масе ( $\gamma$ ). Овај приступ први је

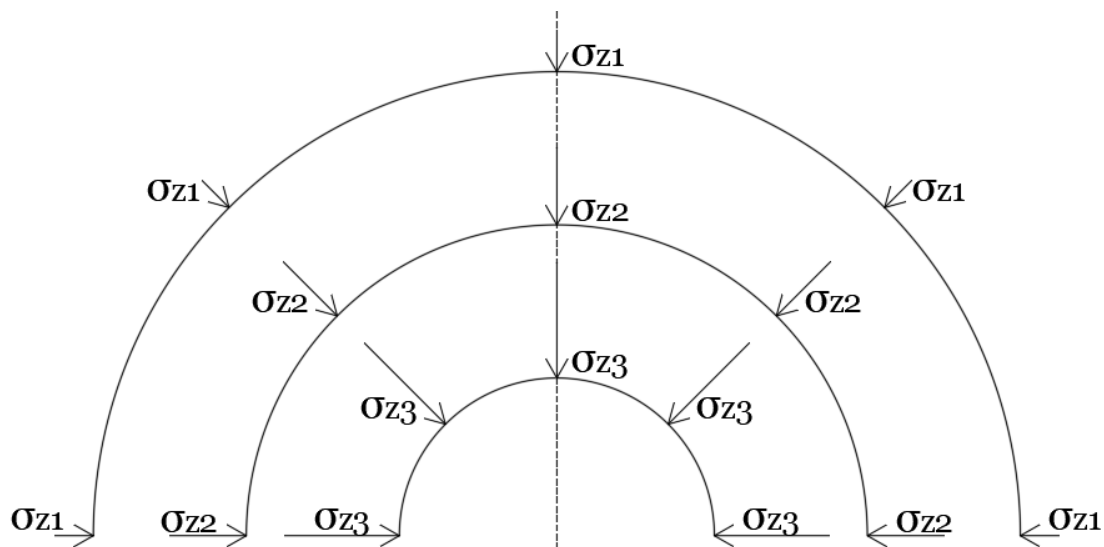
предложио професор Heim (1878). По овој теорији напрезање се на некој дубини  $H$  може изразити обрасцем:

$$\sigma_z = \gamma_{sr} \cdot H \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.1)$$

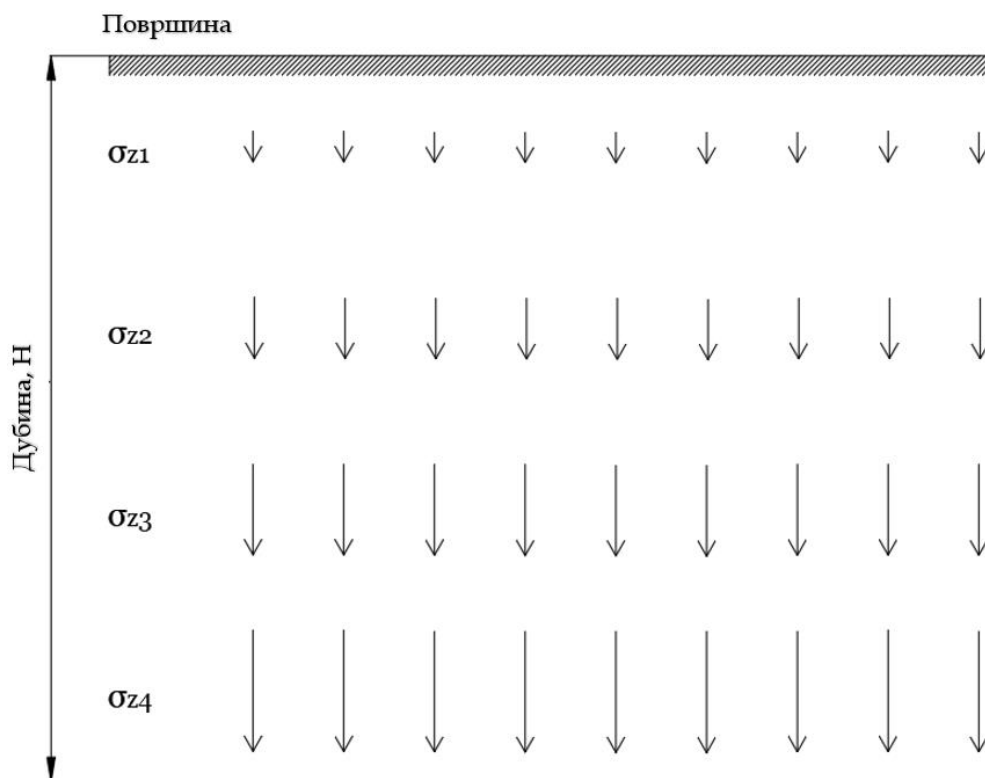
где је:

- $\gamma_{sr} = \rho_{se} \cdot g$  - средња запреминска тежина стенске масе,  $kN/m^3$ ,
- $\rho_{se}$  - средња густина стенске масиве,  $t/m^3$ ,
- $g$  - убрзање земљине теже,  $0,981 m/s^2$ ,
- $H$  - дубина стенског масива,  $m$ .

Гравитациона сила делује вертикално према центру Земље и у зависности од дубине  $H$  формира се напонско поље. Услед одређених аномалија у земљиној кори попут промене густине или различитих положаја слојева може доћи до одступања од вертикалности, мада су ова одступања неколико степени, а ретко  $10-15^\circ$  (Турчаников и др., 1977; Јовановић 1994). Шематски прикази деловања гравитационе силе и формирања гравитационог поља напона дати су на сликама 3.1 и 3.2.



Слика 3.1 - Шематски приказ деловања гравитационе силе



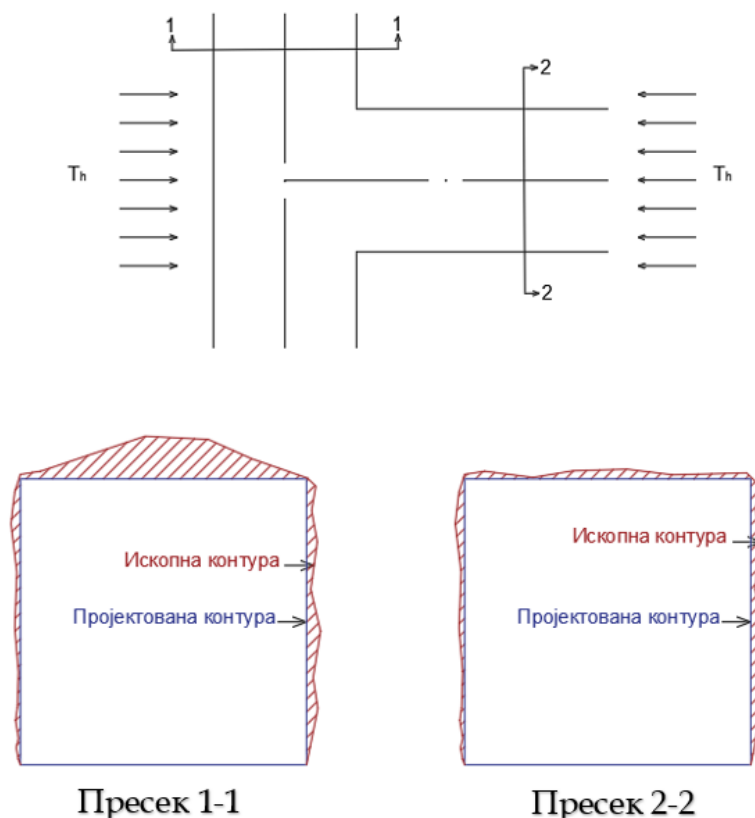
Слика 3.2 – Шема формирања гравитационог поља напона

Са порастом дубине повећава се и вредност гравитационе силе. Када се у обзир узме да је просечна вредност запреминске масе стена (у највећем броју случајева) од 2,5 до 3,2 g/cm<sup>3</sup> може се закључити да се за сваки метар дубине вредност напона увећава за 0,025 до 0,032 МПа (Јовановић, 1994).

Поред поменутог гравитационог поља напона, у Земљиној кори се јављају и тектонско и сеизмичко поље напона. Ова два поља могу понекад имати релативно велики утицај на стабилност подземне просторије. Настанак тектонског поља напона последица је сложених ендодинамичких процеса, односно утицаја тектонских покрета. Велики део магматских, седиментних и метаморфних стена у Земљиној кори је у неком тренутку своје геолошке еволуције био под утицајем механичких деформација изазваних тектонским покретима. Тектонски покрети могу утицати да код стена дође до делимичног или потпуног разарања и растапања, што за последицу има активно учешће на околне стене или стене изнад њих (Пешић, 2002). Понекад хоризонтална напрезања, поготово на мањим дубинама, као последица утицаја тектонских сила вишеструко превазилазе напрезања изазвана гравитационим силама (Јовановић, 1994).

Утицај хоризонталних напрезања на стабилност подземне просторије може се контролисати правилним оријентисањем подземне просторије у простору, када је то могуће. У случају оријентације бокова подземне просторије управно на правац највећих хоризонталних напона могу се очекивати значајне деформације просторије, нарочито њене кровине. Када су бокови просторије оријентисани паралелно са правцем деловања највећих хоризонталних напона може се очекивати минимални развој деформације контуре просторије. Хоризонтални нормални напон је у овом

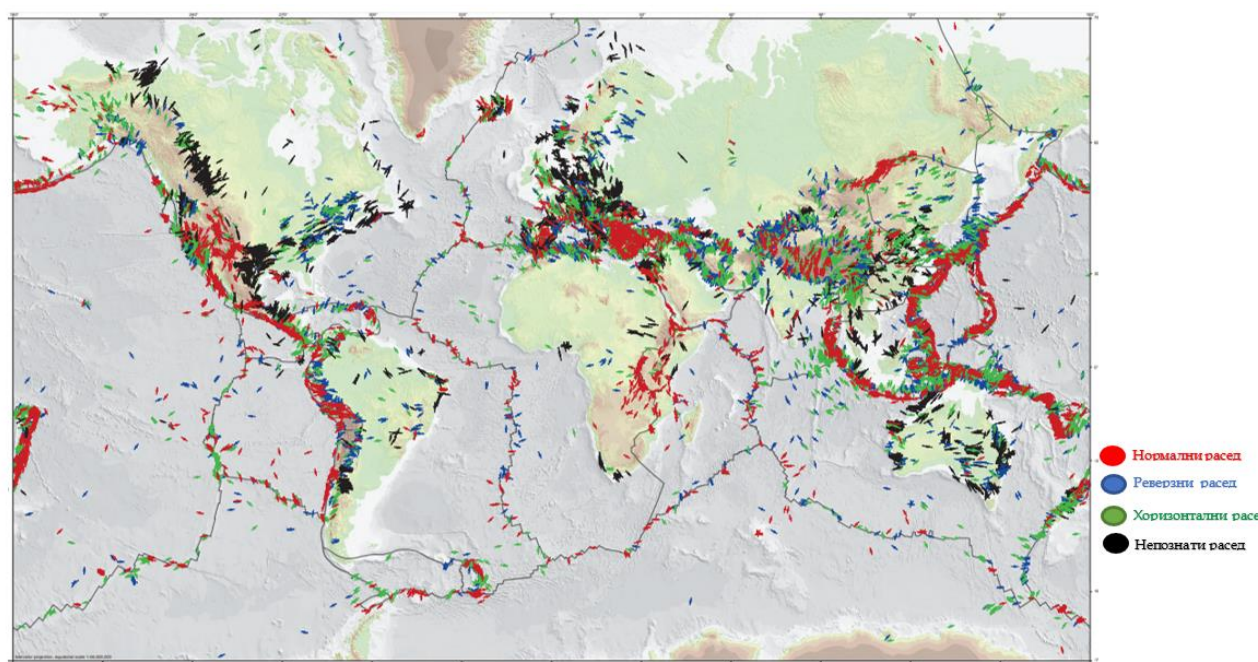
случају једнак интензитету тектонске силе  $T_h = \sigma_h$ . На слици 3.3 шематски је приказан утицај оријентације просторије у односу на правац деловања највећих хоризонталних напона и утицај на стабилност контуре просторије. О значају правилне оријентације просторија може се прочитати у раду (Dev et al., 2016).



Слика 3.3 – Шематски приказ стабилности контура просторије у зависности од оријентације у односу на правац деловања највећих хоризонталних напона (адаптација, Турчкаников и др., 1977)

Напрезања изазвана гравитационим и тектонским силама припадају групи статичких сила које треба разматрати приликом пројектовања и израде подземних просторија. У природи се такође могу јавити и оптерећења изазвана утицајем динамичких сила, која проузрокују додатна оптерећења на стенски масив. Првенствено се то односи на утицај земљотреса, али локалног утицаја имају и потреси изазвани минирањем великих количина експлозива. По свом карактеру земљотреси и потреси изазвани минирањем су кратког временског трајања, неравномерног су интензитета услед хетерогености средине кроз коју се простиру, али њихов утицај нарочито у случају земљотреса може имати велику рушилачку снагу која може угрозити стабилност подземне просторије. Земљотреси, односно трусови, представљају потресе, кретање и ударе у Земљиној кори и на њеној површини (Пешић, 2002). Земљотресе можемо према узроку настанка поделити на тектонске (90%), вулканске (7%), урвинске (3%) и техногене. Тектонски, који су уједно и најчешћи, настају на дубинама 5 до 70 км и последица су радијалних и тангенцијалних покрета, вулкански су у директној вези са ерупцијом вулкана, урвински земљотреси настају као последица урушавања у шупљинама и знатно су слабијег интензитета од претходне две групе, док су

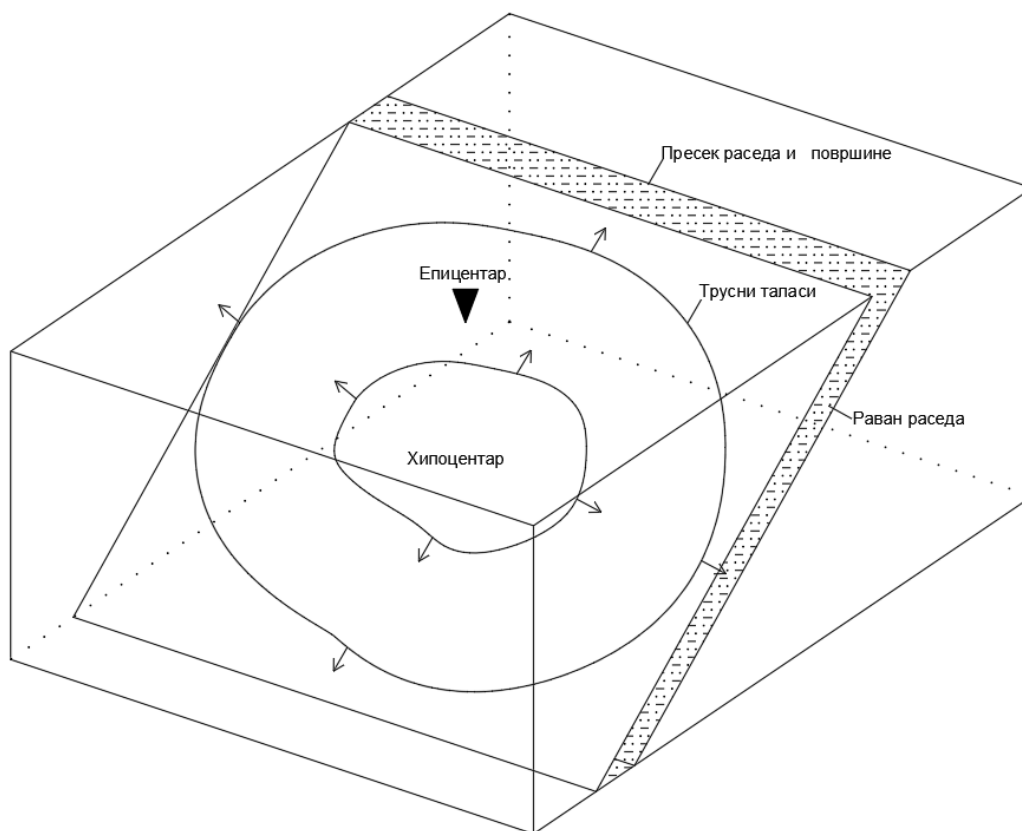
техногени земљотреси вештачки индуковани атомским или другим снажним експлозијама (Трајковић и др., 2005). Земљотреси су ограничени на одређена подручја на Земљи. Зависно од правца и интензитета сеизмичких појава разликују се: сеизмичке области, сеизмичке зоне и сеизмички појасеви. Сеизмичке зоне и појасеви су у генетској вези са веначним планинама и карактеристични су за подручје Медитерана, Хималаја као и планинске системе који се налазе на ободним деловима Пацифика. Велика сеизмичка активност такође је везана за централне делове Атлантског и Индијског океана као и Пацифика. У поменутих зонама земљотреси су везани за граничне делове литосферних плоча које се различито крећу. У случају судара две плоче долази до подвлачења теже плоче испод лакше (углавном океанске испод континенталне). Последица тоњења, комадања и топљења чврсте океанске коре су земљотреси понекад праћени уз изливање магме, што говори о уској вези између земљотреса и вулканске активности. Жаришта земљотреса налазе се дубоко под континенталним плочама. Зоне где долази до судара две плоче, су зоне издизања високих планинских венаца, а земљотреси у истим зонама карактеришу се неравномерно распоређеним хипоцентром. Тектонски земљотреси су најчешће везани за кретања дуж раседних структура у Земљиној кори. Да би дошло до тектонског земљотреса неопходно је да се испуни услов дуготрајне акумулације енергије под дејством високих напона у стенама. На слици 3.4 приказана је светска мапа напона са позицијама тектонских плоча (Heidbach et al. 2016).



Слика 3.4 – Светска мапа напона са приказом граница тектонских плоча (Heidbach et al. 2016)

Земљотрес карактерише хипоцентар (жариште), епицентар (место на површини директно изнад хипоцентра) и трусни таласи који се простиру у свим правцима као што је приказано на слици 3.5.





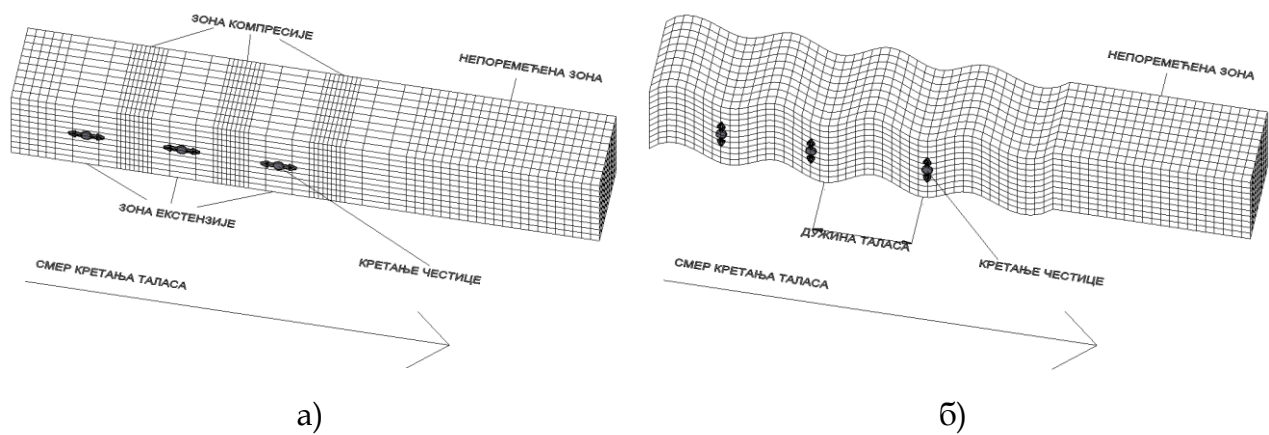
Слика 3.5 – Положај хипоцентра на косој раседној површини (адаптација Volt, 1999; Пешић, 2002)

На подручју где постоји тектонски сложена конфигурација (већи број раседних зона) у случају земљотреса долази до покретања већег броја блокова што може довести до ланчане рекације. Сваки тектонски земљотрес карактеришу три фазе:

- I фаза – фаза слабих таласа (for shock), пре главног удара коју карактеришу таласи слабијег интензитета,
- II фаза – главни удар (main shock), максимално кретање блокова, односно потреси максималног интензитета,
- III фаза – фаза накнадних земљотреса (after shock), серија мањих потреса до успостављања новог стабилног стања у зони хипоцентра.

Интензитет и обим прве и треће фазе приближно је пропорционалан јачини главног земљотреса.

Како енергија земљотреса има велику разорну моћ, са аспекта стабилности подземних просторија потребно је размотрити динамичке услове којима ће подземна просторија бити изложена. Независно да ли се ради о природном потресу или потресу изазваном детонацијом, из центра потреса се кроз радну средину простиру два типа сеизмичких таласа: подужни (P) и попречни (S) таласи. На слици 3.6. дат је приказ осциловања честица тла при простирању P и S таласа.



Слика 3.6 – Осциловање честица тла при простирању P (а) и S таласа (б)

Подужни P таласи, због карактера деловања, називају се и притисно-затезни таласи. Попречни S таласи познати су и као таласи смицања. Брзина простирања подужних P таласа (простиру се у свим срединама) већа је од брзине попречних S таласа (простиру се само у чврстој средини). Експериментално је утврђено да се однос између брзине ова два типа таласа може дати у релацији (Трајковић и др., 2005):

$$V_S = 1,73 \cdot V_P \left[ \frac{m}{s} \right] \quad (3.2)$$

Приликом проучавања сеизмичког утицаја на динамичко оптерећење треба водити рачуна о томе да је дужина сеизмичког таласа велика (у знатној мери дужина таласа надмашује димензије попречног пресека просторије). Из тог разлога сеизмички утицај на динамичко оптерећење подземне просторије може се посматрати као квазистатички проблем, односно динамичко поље напона замењује се одговарајућим квазистатичким пољем које је дефинисано екстремним (минималним и максималним) вредностима нормалних и тангенционалних напона. Вредности екстремних нормалних и тангенционалних напона дати су у обрасцу (Јовановић, 1994):

$$\sigma_{min}^{max} = \pm \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot A \cdot K_1 \cdot \gamma \cdot V_P \cdot T_0 \cdot K_h = \pm P \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.3)$$

$$\tau_{min}^{max} = \pm \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot A \cdot K_1 \cdot \gamma \cdot V_S \cdot T_0 \cdot K_h = \pm S \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.4)$$

где је:

- A – коефицијент који зависи од степена сеизмичког оптерећења (Табела 3.1.),
- K<sub>1</sub> – коефицијент дозвољеног оштећења подграде (углавном се усваја 0,25),
- γ – запреминска тежина стене, kN/m<sup>3</sup>,
- V<sub>P</sub> – брзина подужних таласа, m/s,
- V<sub>S</sub> – брзина попречних таласа, m/s,
- T<sub>0</sub> – период споственог колебања честице стенске масе (уколико нису извршена мерења усваја се 0,5 s),
- K<sub>h</sub> – коефицијент дубине посматране тачке (за H ≤ 100 m усваја се K<sub>h</sub> = 1 – 0,005·H, за H > 100 m усваја се K<sub>h</sub> = 0,5 · H).

Табела 3.1. Вредност коефицијента А у зависности од степена сеизмичности

Степен сеизмичности	7	8	9
Коефицијент А	0,1	0,2	0,3

### 3.1.2. РАСПОДЕЛЕ НАПОНА У СТЕНСКОМ МАСИВУ

Напонска стања која владају у стенском масиву претходно су описана. У стенском масиву у коме нису израђене подземне просторије влада уравнотежено напонско стање (примарно напонско стање) које је резултат деловања првенствено гравитационе, а потом тектонских и динамичких сила. Гравитациона напрезања у стенском масиву преовлађују у односу на тектонска и динамичка (допунска напрезања), а њихово понашање се описује утврђеним законитостима и из тог разлога се приликом процене напонског стања стенског масива она сматрају основним (Јовановић, 1994). Карактеристике стенског материјала и дубина на којој се налази посматрана тачка су параметри који утичу на гравитациона напрезања. За анализу расподеле напона у стенском масиву користи се више модела (идеализованог стенског материјала): еластични, пластични, невезани, реолошки или њихове комбинације.

#### 3.1.2.1. Еластични модел

У случају еластичног модела стенска маса која се анализира сматра се изотропном, хомогеном и еластичном. Ова хипотеза заснива се на понашању еластичних таласа приликом кретања кроз стенску масу које се одвија по законима изведеним за еластичну средину.

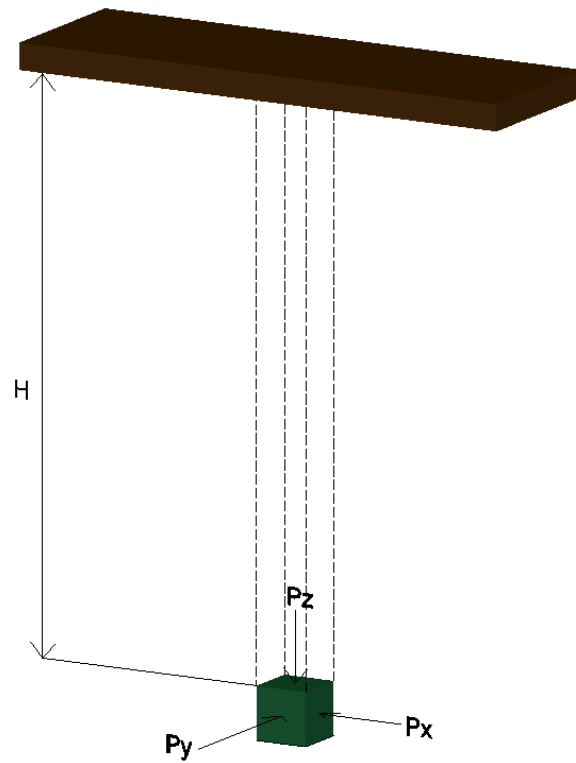
Приликом анализе напонског стања претпоставља се да се на одређеној дубини ( $H$ ) налази елементарна коцка која је оптерећена (по  $z$ -оси) тежином стуба стенске масе висине ( $H$ ) и запреминске тежине стенског материјала ( $\gamma$ ). Ово оптерећење одговара гравитационом напону на дубини ( $H$ ) што даље значи да је коцка оптерећена у вертикалном правцу притиском  $P_V$  дефинисаним обрасцем:

$$P_V = P_z = \sigma_z = \gamma \cdot H \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.5)$$

где је:

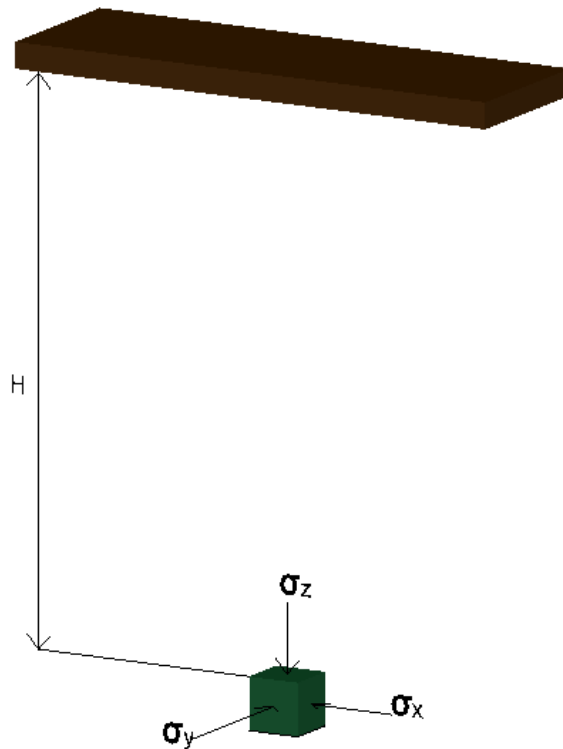
- $\gamma$  – запреминска тежина стенске масе,  $kN/m^3$ ,
- $H$  – дубина стенског масива,  $m$ .

На слици 3.7 дат је приказ оптерећења елементарне коцке.



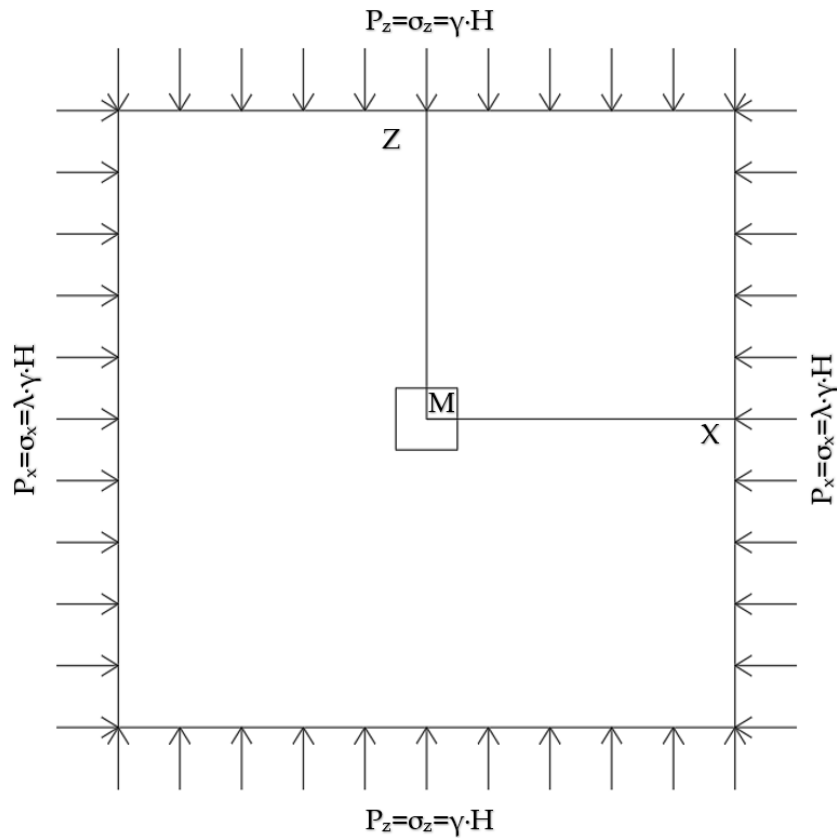
Слика 3.7 – Приказ оптерећења на елементарну коцку

Компоненте напона на дубини  $H$  приказане су на слици 3.8.



Слика 3.8 – Приказ компоненти напона на дубини  $H$

На слици 3.9 приказана је шема оптерећења на тачку  $M$  у равни.



Слика 3.9 – Шема оптерећења на тачку  $M$  у равни

Елементарна коцка (слика 3.7) налази се под оптерећењем  $P_z$  које тежи да је деформише, чему се супротстављају околни делови стенске масе. Услед овог отпора неће доћи до деформација док ће се елементарна коцка наћи у свестрано оптерећеном стању. Последица овога је појава, по интензитету једнаких, хоризонталних оптерећења  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ .

У циљу проучавања вредности бочних напона полази се од претпоставке да је збир деформација проузрокованих напонима  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  и  $\sigma_z$  у неком правцу напрезања једнак нули. За случај када је правац напрезања по  $X$  оси, може се дефинисати следећи однос:

$$\frac{\sigma_x}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_y}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_z}{E} = 0 \quad (3.6)$$

где је:

- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  - напони који делује у правцу  $x, y, z$  оса,  $\text{kN/m}^2$ ,
- $E$  - модул еластичности,  $\text{kN/m}^2$ ,
- $\mu$  - Поасонов коефицијент.

Уколико је испуњен услов  $\sigma_x = \sigma_y$ , добија се израз за величину хоризонталног напона:

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1 - \mu} \cdot \sigma_z \left[ \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \right] \quad (3.7)$$

где је:

- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  - напон који делује у правцу  $x, y$  и  $z$  осе,  $\text{kN/m}^2$ ,
- $\mu$  - Поасонов коефицијент,

- $\frac{\mu}{1-\mu} = \lambda$  - коефицијент хоризонталног напрезања.

Коефицијент хоризонталног напрезања зависи од вредности Поасоновог коефицијента који представља однос попречног смањења и издужења материјала при испитивању на затезања (на машини кидалици).

Вредност коефицијента хоризонталног напрезања увек је у границама  $0 < \lambda < 1$ . Испитивањима је установљено да се вредност Поасоновог коефицијента за чврсте стене најчешће креће у распону 0,2 до 0,3 па се из тог разлога вредност коефицијента хоризонталног напрезања  $\lambda$  најчешће налази у распону од 0,25 до 0,43 (Јовановић, 1994).

Претходни обрасац може се написати и у следећем облику:

$$\sigma_x = \lambda \cdot \sigma_z \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.8)$$

где је:

- $\sigma_x, \sigma_z$  - напони који делује у правцу  $x$  односно  $z$  осе,  $kN/m^2$ ,
- $\lambda$  - коефицијент хоризонталног напрезања.

Даље следи да коефицијент хоризонталног напрезања представља однос између хоризонталног и вертикалног напона у посматраној тачки стенске масе.

$$\lambda = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \quad (3.9)$$

где је:

- $\sigma_x, \sigma_z$  - напони који делује у правцу  $x$  односно  $z$  осе,  $kN/m^2$ ,
- $\lambda$  - коефицијент хоризонталног напрезања.

Када се правац оса  $x, y$  и  $z$  посматране коцке поклопе са правцима главних напона може се написати да је  $\sigma_z = \sigma_1; \sigma_y = \sigma_2; \sigma_x = \sigma_3$  и онда се може образац 3.7 написати у облику:

$$\sigma_3 = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \sigma_1 \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.10)$$

Даље следи:

$$\sigma_3 = \frac{\mu}{1-\mu} \cdot \gamma \cdot H \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.11)$$

Кад се у обзир узму обрасци 3.5 и 3.11 разлику напонских стања  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  можемо дефинисати у облику приказаном у обрасцу 3.12. Поменути разлика  $\sigma_t$  представља услов пластичног стања.

$$\sigma_t = \sigma_1 - \sigma_3 = \frac{1-2\cdot\mu}{1-\mu} \cdot \gamma \cdot H \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.12)$$

Повећањем дубине  $H$  долази и до повећања разлике главних напона, па на одређеној дубини  $H_0$ , у стенком масиву разлика напона представља границу течења, а на већим дубинама од те стенски масив се налази у еласто-пластичном стању (образац 3.13).

$$H_0 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot (1 - \mu)}{\gamma \cdot (1 - 2 \cdot \mu)} [m] \quad (3.13)$$

Приликом примене еластичног модела неопходно је да су испуњени следећи услови (Caudle & Clark, 2007):

- стенска маса је хомогена и изотропна,
- подземна просторија је приближно дефинисана геометријском фигуром,
- подземна просторија је хоризонтална по својој дужини и веома је дуга у односу на димензије попречног пресека,
- напони који делују на просторију целом њеном дужином су једнаки,
- подземна просторија налази се у бесконачној или полу-бесконачној (ограничена површином Земље) маси,
- напони који се јављају леже у границама еластичности материјала.

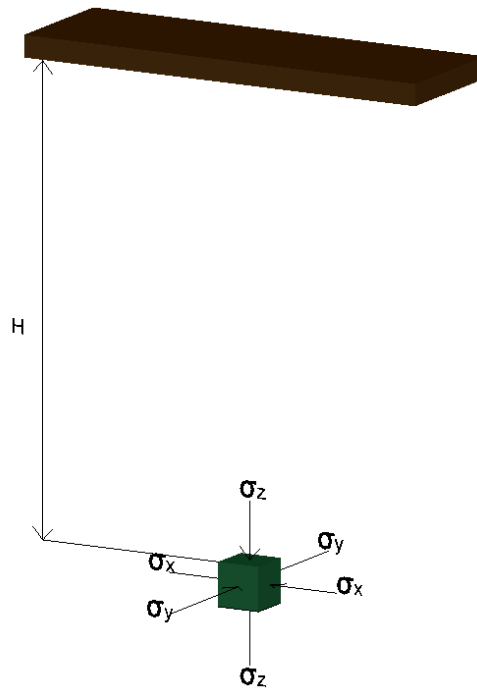
Испуњавањем поменутих услова могуће је применити теорију еластичности на конкретан проблем везан за подземну просторију и могуће је лакше извршити математичку анализу напонског стања.

### 3.1.2.2. Хидростатички модел

За разлику од претходно описаног приступа о расподели напрезања у стенском масиву, код хидростатичког модела полази се од претпоставке да се на већим дубинама расподела напона врши по хидростатичким законима. Уколико је испуњен услов течења (образац 3.13) и како се стене на великим дубинама налазе под дуготрајним веома високим притиском може се претпоставити да су хоризонтална и вертикална напрезања у тој зони истог интензитета. Поставка оваквог модела заснива се на већ поменутој хипотези – образац 3.1 (Heim, 1878). Вредности компоненти напона могу се записати обрасцем:

$$\sigma_z = \sigma_x = \sigma_y = \gamma \cdot H \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.14)$$

Коефицијент хоризонталног напрезања ( $\lambda$ ) у овом случају износи 1. На слици 3.10 дат је шематски приказ хидростатичког модела расподеле напона.



Слика 3.10 Шематски приказ хидростатичког модела расподеле напона на дубини  $H$

### 3.1.2.3. Модел невезаног стенског материјала

Овај модел односи се на невезане стенске материјале (шљунак, дробина, песак). Вертикална компонента напона  $\sigma_z$  дефинише се као и код везаног стенског материјала (обзац 3.5). Хоризонтална компонента одређује се преко Ренкиновог решења за невезани стенски материјал (Јовановић, 1994) односно по обрасцу:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z \cdot \frac{(1 - \sin \varphi)}{(1 + \sin \varphi)} \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.15)$$

где је:

- $\varphi$  – угао унутрашњег трења стенске масе, °.

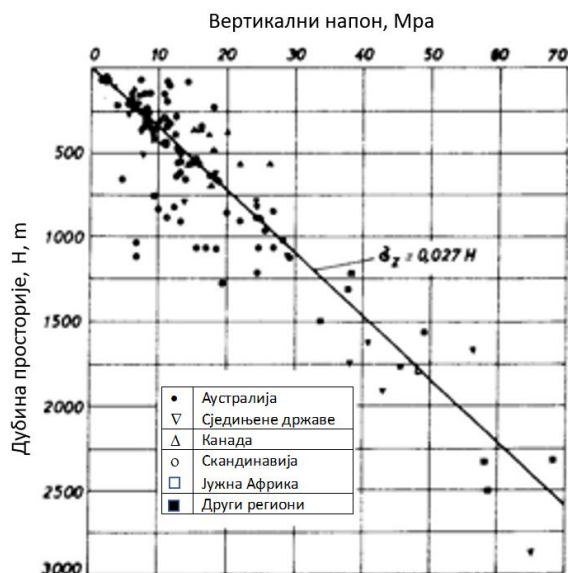
Код модела невезаног стенског материјала израз  $\frac{(1 - \sin \varphi)}{(1 + \sin \varphi)}$  представља коефицијент хоризонталног напрезања који можемо означити са  $\lambda_1$ , па онда образац 3.15 може да се формулише на следећи начин:

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z \cdot \lambda_1 \left[ \frac{kN}{m^2} \right] \quad (3.16)$$

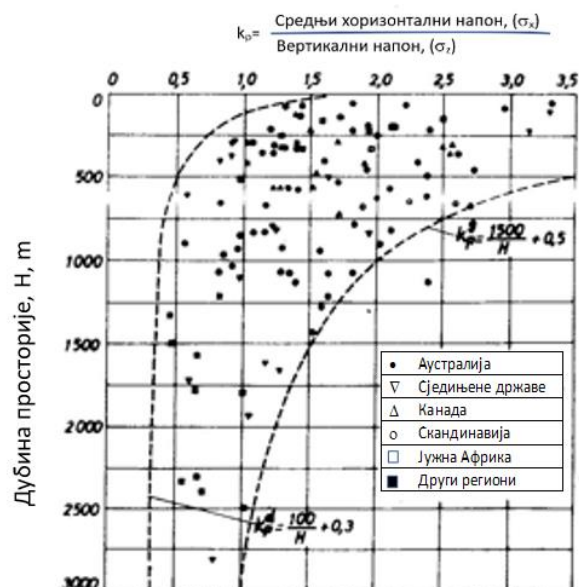
### 3.1.2.4. Аномалије при расподели напона

Теоријски образци за одређивање вредности напона у стенској маси изнети у овом поглављу у пракси су се понекада показали као недовољно тачни. Многобројна теренска истраживања вредности вертикалне и хоризонталне компоненте напона широм света показале су одређене зависности које су графички приказане на слици 3.11.





а)



б)

Слика 3.11 – а) Вредности вертикалних напона на различитим локацијама и на различитим дубинама; б) Вредности односа хоризонталног и вертикалног напона на различитим локацијама (Brown & Hoek, 1978)

Са слике 3.11а види се да се резултати прикупљени на терену групишу око једне праве чији је израз:

$$\sigma_z = 0,027 \cdot H \text{ [MPa]} \quad (3.17)$$

Исти аутори су дефинисали зависност дубине и односа хоризонталне и вертикалне компоненте напона (слика 3.11б). Однос хоризонталне и вертикалне компоненте напона представља коефицијент односа дефинисан са  $k_p = \frac{\sigma_x}{\sigma_z}$  који се графички представља у облику расипне зоне која се са повећањем дубине сужава и која је ограничена горњом и доњом граничном линијом дефинисаном обрасцима:

- горња гранична вредност

$$K_p^g = \frac{1500}{H} + 0,5 \text{ [MPa]} \quad (3.18)$$

- доња гранична вредност

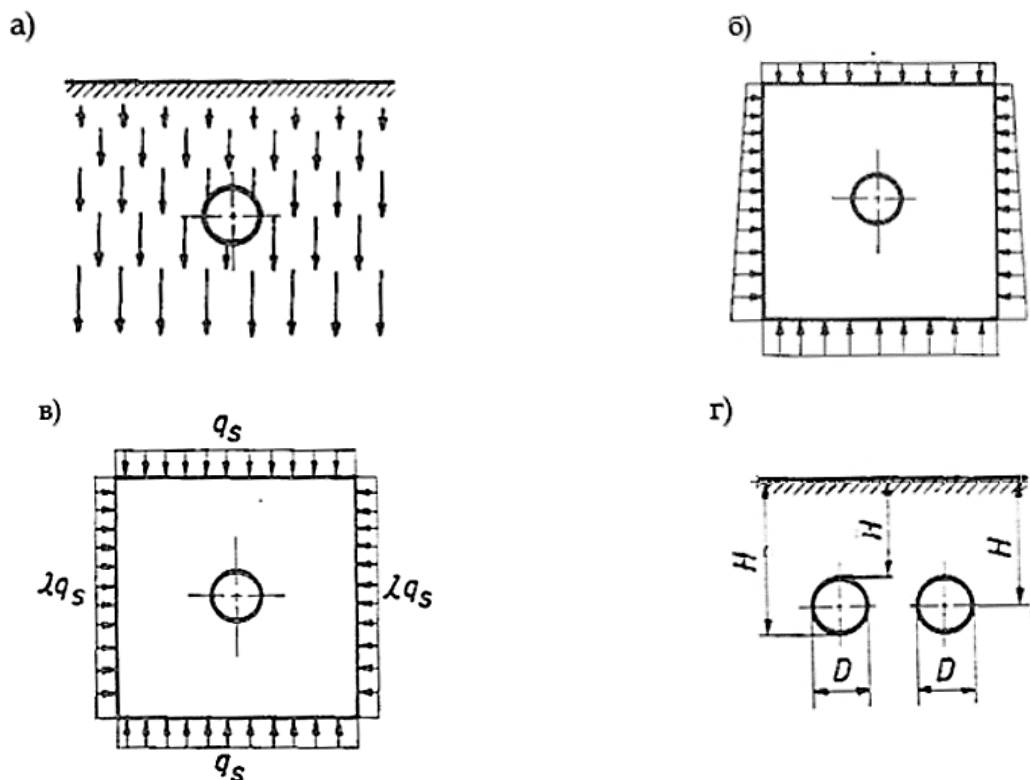
$$K_p^d = \frac{100}{H} + 0,3 \text{ [MPa]} \quad (3.19)$$

Из претходно наведеног јасно је да су односи компоненти напона веома битни за изучавање деформационих стања, а да разлике између вредности компоненти напона могу да одступају и у релативно великим границама. Аномалије везане за повећање вредности хоризонталних напона у односу на вертикални и њихово одступање од општег правила последица су сложених чиниоца попут литологије и рељефа терена, механичких, структурних, тектонских, хидрогеолошких и других особина. То даље значи да се стварне вредности напона и односи међу компонентама напона могу једино дефинисати инструменталним мерењима за појединачне локалитете засебно.

Невезано за све побројане чиниоце који имају утицај на слику напонског стања можемо закључити да је гравитационо поље константа док су остали чиниоци

промењиви и локалног карактера. Управо се из тог разлога приликом анализе напонске слике око подземне просторије, проблем се анализира и преко гравитационих напона у дводимензионалном приказу. Са развојем софтверских пакета попут Rocscience RS2 и RS3 (Rocscience, 2022) и Plaxis (Bantley, 2022) могућа је и анализа у тродимензионалном приказу. Програми RS2 и RS3 предвиђени су за анализу напонских стања око подземне просторије методом коначних елемената и ови програми су тренутно веома често заступљени приликом пројектовања подземних просторија.

На слици 3.12 дат је приказ стварног оптерећења на подземну просторију (а), еквивалентне шеме оптерећења по дубини масива (б). С обзиром да су димензије подземних просторија релативно мале, повећање оптерећења са дужином је незнатно, па се у пракси најчешће усваја исти интензитет напона у случају подземне просторије и представља се рачунском шемом (в). Код рачунске шеме као дубина просторије усваја се под, кров или центар просторије (г).



Слика 3.12 – Шематски приказ оптерећења у гравитационом напонском пољу, а) Слика стварног оптерећења; б) Слика еквивалентног оптерећења; в) рачунска слика оптерећења; г) скица уз дефинисања питања дубине просторије ( $H$ ) (преузето, Јовановић, 1994)

Може се закључити да вертикална компонента примарних напона зависи углавном од тежине вишележеће стенске масе и да је дефинисана обрасцем (3.5). На величину хоризонталне компоненте напона утичу поред тежине вишележеће стенске масе и тектоника, заостали напони услед ерозије и остали претходно поменути утицајни чиниоци. Из практичних разлога приликом анализе напонских стања у пракси се величина хоризонталне компоненте напона одређује по обрасцу (3.7) за случај

стенског масива са еластичним понашањем и по обрасцу (3.14.) за случај стенског масива са пластичним понашањем.

Пројектовање подградне конструкције директно зависи од претпостављених вредности напонског стања, односно оптерећења које ће стенска маса вршити на контуре просторије, а без инструменталних мерења немогуће је одредити стварне вредности напона и односе његових компоненти све док просторија не буде израђена. Јасно је да у фази пројектовања подземних просторија може доћи до неадекватног усвајања подградне конструкције. Неадекватно изабрана подграда утиче на развој деформација подградне конструкције који ће довести до смањења попречног пресека просторије испод минималних димензија неопходних за нормално обављање радних операција, што негативно утиче на подземни производни процес.

### 3.1.3. СЕКУНДАРНО НАПОНСКО СТАЊЕ

Секундарна напонска стања настају као последица нарушавања природне равнотеже, интензитета и распореда примарних напона извођењем подземних рударских радова.

У стенској маси могу се јавити три карактеристичне зоне секундарних напона (Радојевић, 1989):

- Зона ослобођених напона (пластична зона),
- Зона повећаних напона (еластична зона),
- Зона примарних напона (непоремећена, интактна зона).

Број зона, положај, величина и облик су различити и првенствено зависе од величине секундарних тангенцијалних напона око подземне просторије и вредности једноаксијалне притисне чврстоће радне средине (Радојевић, 1989).

Напонско-деформационо стање неподграђене просторије може се посматрати у случају еластичних и нееластичних услова и њихових комбинација.

#### 3.1.3.1. Еластични модел

Код постављања еластичног модела за анализу напонско-деформационог стања неподграђене подземне просторије стенска маса се усваја као једнородна, хомогена и изотропна, а понашање под оптерећењем је у складу са Хуковим законом еластичности. Један од најважнијих услова који треба да се испуни за примену еластичног модела је линеарна веза између напона ( $\sigma$ ) и деформација, изражена обликом:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \text{ [MPa]} \quad (3.20)$$

где је:

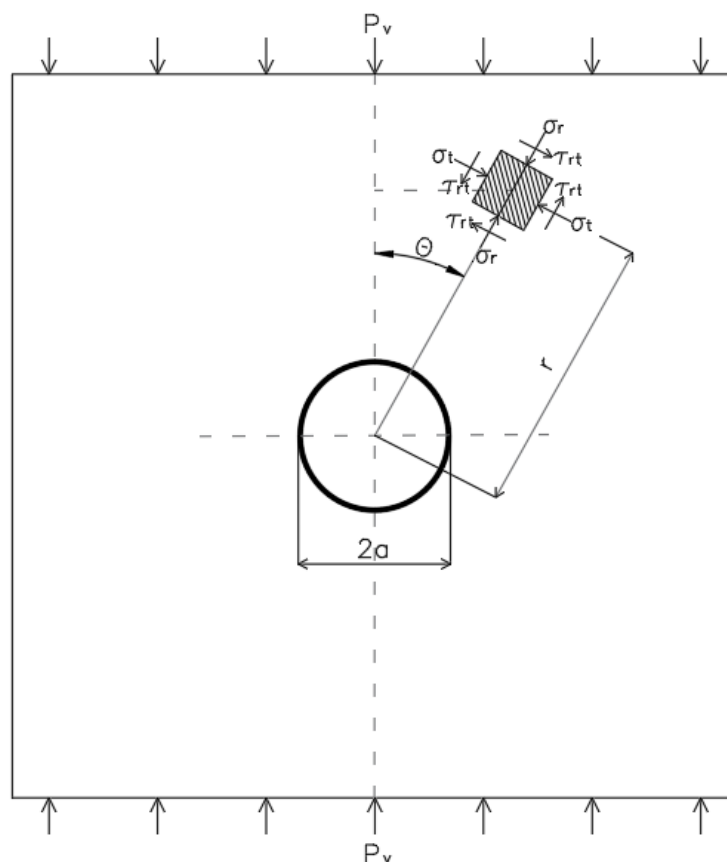
- $\sigma$  – напон,
- $E$  – модул еластичности, МПа,
- $\varepsilon$  – дилатација.

Стене које се при оптерећењу и растерећењу понашају по Хуковом закону сматрају се еластичним и на њих се могу применити решења представљена еластичним моделом. У пракси је прихваћено да највећи број веома чврстих и чврстих стена има пластично понашање. Главне карактеристике еластичних стена су модул еластичности, модул деформације, Поасонов коефицијент и модул смицања (Јовановић, 1994).

За описивање ових појава око подземних просторија као основа могу да послуже решења према теорији еластичности и код ових задатака се најчешће примењује поларни координатни систем. Координатне тачке дефинисане су вектором положаја и углом  $\varphi$ . Компоненте напрезања дефинисане су са:

- $\sigma_r$  – радијално нормално напрезање, МПа,
- $\sigma_t$  – тангенцијално нормално напрезање, МПа,
- $\tau_{rt}$  – смичући напон, МПа.

Шема за анализу и прорачун смичућег напона разликује се у зависности од дубине на којој се налази подземна просторија. Када се просторија налази на малој дубини ( $\frac{H}{a} < 50$ , где  $a$  представља половину ширине просторије), могуће је занемарити хоризонталну компоненту напона и анализира се само утицај вертикалне компоненте напона. Шема за анализу расподеле напона за случај мале дубине подземне прсторије кружног попречног пресека приказана је на слици 3.13.



Слика 3.13 – Шема за анализу расподеле напона око подземне просторије кружног попречног пресека на малој дубини

Прорачун напона у случају приказаном на слици 3.13 могуће је извршити помоћу Киршове једначине, за случај вредности гравитационог убрзања од  $10 \text{ m/s}^2$ , у облику:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{z0}}{2} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left( 1 + 3 \cdot \frac{a^4}{r^4} - 4 \cdot \frac{a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\theta \right] \text{ [MPa]} \quad (3.21)$$

$$\sigma_t = 0,01 \cdot \frac{\sigma_{z0}}{2} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - \left( 1 + 3 \cdot \frac{a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\theta \right] \text{ [MPa]} \quad (3.22)$$

$$\tau_{rt} = 0,01 \cdot \frac{\sigma_{z0}}{2} \cdot \left[ \left( 1 - 3 \cdot \frac{a^4}{r^4} + 2 \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos 2\theta \right] \text{ [MPa]} \quad (3.23)$$

где је:

- $\sigma_{z0}$  - вертикална компонента оптерећење, МПа,  $\sigma_{z0} = p_v = \gamma \cdot H$ ,
- $\gamma$  - запреминска тежина стене,  $\text{MN/m}^3$ ,
- $H$  - дубина просторије, м,
- $a$  - полупречник подземне просторије, м,
- $\theta$  - угао који дефинише положај посматране тачке у односу на вертикалну осу, °,
- $r$  - растојање посматране тачке од центра просторије, м,
- $\sigma_r$  - нормални напон у радијалном правцу, МПа,
- $\sigma_t$  - нормални напон у тангенцијалном правцу, МПа,
- $\tau_{rt}$  - смичући напон, МПа.

Екстремне вредности главних напона имају највеће разлике на контури подземне просторије, односно у случају када је  $r = a$ . Уколико усвојимо да је  $r = a$ , заменом вредности у обрасцима (3.21), (3.22) и (3.23) добијамо вредности за напоне:

$$\sigma_r = 0 \text{ [MPa]} \quad (3.24)$$

$$\sigma_t = \gamma \cdot H \cdot (1 - 2 \cdot \cos 2\theta) \text{ [MPa]} \quad (3.25)$$

$$\tau_{rt} = 0 \text{ [MPa]} \quad (3.26)$$

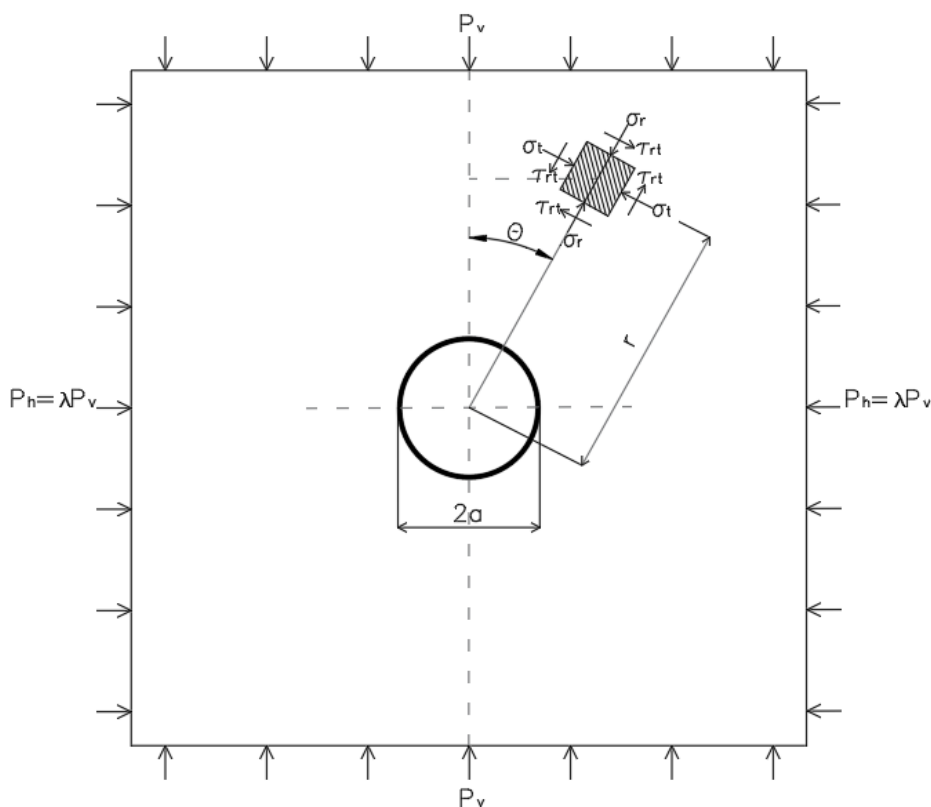
Вредности главних нормалних напона  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$  могуће је одредити по обрасцу:

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_t + \sigma_r) \pm \sqrt{(\sigma_r + \sigma_t)^2 + 4 \cdot \tau_{rt}^2} \text{ [MPa]} \quad (3.27)$$

Вредност главних смичућих напона  $\tau_1$  и  $\tau_2$  могуће је одредити по обрасцу:

$$\tau_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_r + \sigma_t)^2 + \tau_{rt}^2} \text{ [MPa]} \quad (3.28)$$

Када се просторија налази на већој дубини ( $\frac{H}{a} \geq 50$ ) потребно је приликом анализе узети у обзир вертикалну и хоризонталну компоненту напона. Шема за анализу расподеле напона за случај веће дубине подземне просторије кружног попречног пресека приказана је на слици 3.14.



Слика 3.14 – Шема за анализу расподеле напона око подземне просторије круглог попречног пресека на већој дубини

Прорачун напона у случају приказаном на слици 3.14. могуће је извршити помоћу Киршове једначине, за случај вредности гравитационог убрзања од  $10 \text{ m/s}^2$ , у облику:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_{z0}}{2} \cdot \left[ (1 + \lambda) \cdot \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + (1 - \lambda) \cdot \left( 1 + 3 \cdot \frac{a^4}{r^4} - 4 \cdot \frac{a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\theta \right] [MPa] \quad (3.29)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{z0}}{2} \cdot \left[ (1 + \lambda) \cdot \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - (1 - \lambda) \cdot \left( 1 + 3 \cdot \frac{a^4}{r^4} \right) \cdot \cos 2\theta \right] [MPa] \quad (3.30)$$

$$\tau_{rt} = \frac{\sigma_{z0}}{2} \cdot \left[ (1 - \lambda) \cdot \left( 1 - 3 \cdot \frac{a^4}{r^4} + 2 \cdot \frac{a^2}{r^2} \right) \cdot \cos 2\theta \right] [MPa] \quad (3.31)$$

где је:

- $\lambda$  – коефицијент хоризонталног напрезања код чврстих стена,  $\lambda = \frac{\mu}{1-\mu}$ ,
- $\mu$  – Поасонов коефицијент.

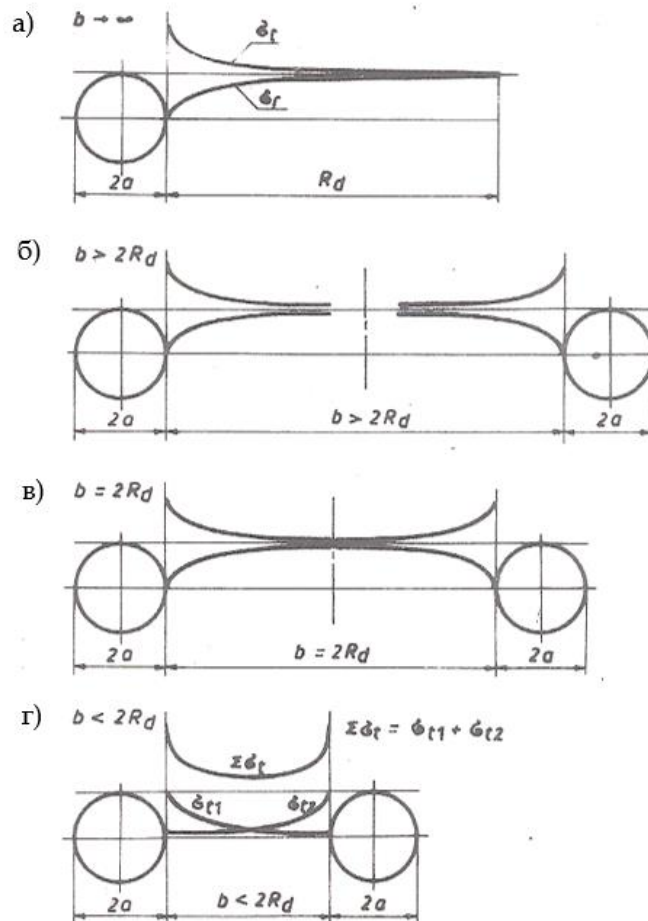
Као и у претходном случају разлике екстремних вредности напона су највеће по контури просторије. Када се анализира случај  $r = a$ , добија се да су вредности нормалног радијалног напона ( $\sigma_r$ ) и напона смицања ( $\tau_{rt}$ ) једнаке нули док је нормални тангенцијални напон ( $\sigma_t$ ) дефинисан обрасцем:

$$\sigma_t = \sigma_{z0} \cdot [(1 + \lambda) - 2 \cdot (1 - \lambda) \cdot \cos 2\theta] [MPa] \quad (3.32)$$

### 3.1.3.1.1. Узајамни утицај деловања суседних међусобно паралелних просторија

Приликом израде подземних просторија треба водити рачуна о утицају међусобно паралелних просторија, пошто је у пракси чест случај да се две или више просторија налазе у истој хоризонталној или вертикалној равни. У оваквим случајевима теоретско решење расподеле напона знатно је сложеније него у случају постојања само једне подземне просторије.

У претходном поглављу описан је принцип расподеле напона око изграђене подземне просторије кружног облика попречног пресека у еластичном и изотропном стенском масиву. Међусобни утицај једне просторије на другу постоји у случају када је растојање између те две просторије мање од двоструког растојања које одговара домету утицаја ( $2R_d$ ) (Јовановић, 1994). На слици 3.15 приказана је расподела напона у боку просторије за случај: а) једне просторије, б) две просторије удаљене  $b > 2R_d$  ( $b$  – представља растојање између две просторије,  $R_d$  – представља домет утицаја подземне просторије), в) две просторије удаљене  $b = 2R_d$ , г) две просторије удаљене  $b < 2R_d$ .



Слика 3.15 – Шематски приказ расподеле напона у боку просторије за случај: а) једне просторије, б) две просторије удаљене  $b > 2R_d$ , в) две просторије удаљене  $b = 2R_d$ , г) две просторије удаљене  $b < 2R_d$  (преузето, Јовановић, 1994)

### 3.1.3.1.2. Утицај облика попречног пресека просторије на расподелу и концентрацију напона

Утицај облика попречног пресека подземне просторије на расподелу и концентрацију напона је значајан. Код кружног облика попречног пресека расподела напона је равномерно распоређена око подземне просторије, док код правоугаоног попречног пресека долази до концентрације напона већег интензитета око оштрих углова (тачке спајања подине и бокова, као и кровине и бокова).

Избор облика попречног пресека подземне просторије има изузетно важан значај за расподелу напонског стања и концентрацију напона и даље на стабилност просторије. Поређења ради извршена је анализа расподеле оптерећења на подземну просторију која се налази на истој дубини за четири различита облика: правоугаони, трапезни, засвођени и кружни. У случају правоугаоног и трапезног попречног пресека долази до тачкасте концентрације напона високе вредности на спојевима кровине са боковима и подине са боковима просторије и у конкретном случају износи до 33 МПа. У случају високозасвођеног облика попречног пресека напонско стање у своду просторије је равномерно распоређено и износи 21 МПа, док је и даље уочљива тачкаста концентрација у подини у контакту са боковима просторије где је вредност слична као и код случаја правоугаоног и трапезног попречног пресека. У случају кружног облика попречног пресека, оптерећење је равномерно распоређено и има вредности 19 МПа без значајних одступања дуж целе контуре просторије као у претходним случајевима.

### 3.1.3.1.3. Величина зоне утицаја подземне просторије

Приликом израде подземних просторија важно је утврдити и зону утицаја израђене подземне просторије у смислу домета утицаја новонасталог напонско-деформационог стања. Анализа зоне утицаја подземне просторије може се разматрати у случају када је просторија изложена хидростатичком притиску (равномерно оптерећена) и када је просторија неравномерно оптерећена (Јовановић, 1994).

Са слике 3.15а види се шематски приказ расподеле напона у боку просторије одакле се може закључити да јасна граница утицаја не постоји, јер се и нормални тангенцијални и нормални радијални напони асимптотски приближавају граници примарног напонског стања. Да би се утврдила зона утицаја неопходно је утврдити максимално дозвољено одступање од примарног напонског стања ( $d$ ). Уколико се усвоји да је  $d = 0,05$ , односно 5% максималног одступања од вредности примарног напона, онда образац за одређивање зоне утицаја при равномерном и неравномерном оптерећењу има облик:

$$R_d = \frac{a}{\sqrt{0,05}} = 4,47 \cdot a [m] \quad (3.33)$$



$$R_d = a \cdot \sqrt{a + \frac{\sqrt{1 + 6 \cdot (1 - \lambda) \cdot d \cdot \cos(2\theta)}}{2 \cdot d}} \quad [m] \quad (3.34)$$

### 3.1.3.2. Пластични модел

Пластичност представља особину материјала да се може деформисати под дејством спољашњих сила, а да при томе задржи облик после престанка дејства силе (Трифунуовић и др., 2009). У смислу пластичних деформација у оквиру пластичног модела подразумева се деформација стенске масе без разарања. Пластично понашање стенске масе одликује се значајним обимом трајне деформације, а до разарања долази тек када деформације пређу критичну вредност (Јовановић, 1994).

Стене код којих се најчешће јављају пластичне деформације су слабије стене. Главни представници ове групе су: глина, глинци, шкриљци, лапорци и натријум-хлорид. Зависно од величине оптерећења које делује на стенску масу разликују се два случаја пластичног понашања стенске масе. Уколико се пластичне деформације зауставе на одређеној вредности стенски материјал не мења механичке особине. Ова појава се јавља и приликом уградње подграде која пружа отпор пластичном ширењу стенске масе. Други случај је када оптерећење великог интензитета изазове пластичне деформације веће од критичних услед чега настају пукотине у материјалу, разарање и промена механичких карактеристика радне средине. Утицајни чиниоци у оба случаја су механичке карактеристике стенске масе, интензитет оптерећења и степен деформације (Јовановић, 1994).

Пластична деформација настаје када разлика напона достигне неку граничну вредност ( $\sigma_g$ ):

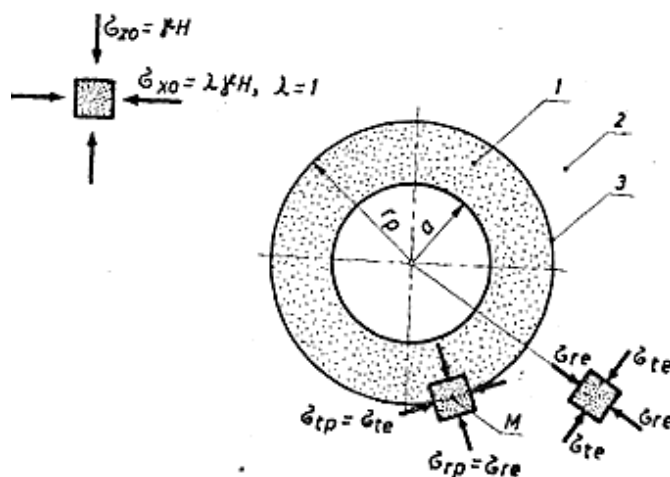
$$(\sigma_t - \sigma_r) = \sigma_g \quad [MPa] \quad (3.35)$$

Када подземна просторија није подграђена стварно понашање стенске масе једнако је са теоријском поставком по обрасцу (3.36).

Према Хуберту и Мејсу (Јовановић, 1994) услов пластичности постиже се када главни смичући напон ( $\tau_{max}$ ) постигне вредност:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_t - \sigma_r}{2} = \frac{R_p}{\sqrt{3}} \quad [MPa] \quad (3.36)$$

У стенској маси у којој је дошло до пластичних деформација полази се од претпоставке да се пластичне деформације простиру у дубину стенског масива у облику једне зоне полупречника( $r_p$ ). На слици 3.16 приказана је шема уз прорачун пластичног понашања стенске масе.



Слика 3.16 – Шема уз прорачун пластичног понашања стенске масе, 1 – зона пластичних деформација, 2 – зона еластичних деформација, 3 – граница између пластичне и еластичне зоне (према Кастнеру, преузето Јовановић, 1994)

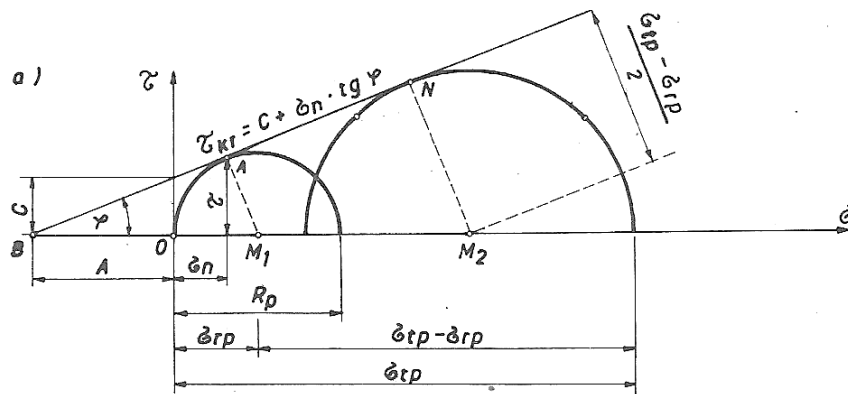
Приликом анализе напона за случај пластичног модела и просторије кружног попречног пресека полази се од претпоставке да су радијални напони на контури просторије ( $\sigma_r$ ) једнаки нули, јер нема подграде. Истовремено тангенцијални напон ( $\sigma_t$ ) на контури достиже максималну вредност. Уколико је вредност тангенцијалног напона већа од граничне вредности ( $\sigma_g$ ) долази до пластичних деформација стенског материјала на контури подземне просторије. Као што је приказано на слици 3.16 удаљавањем од контуре просторије разлике напона се смањују док се не достигне граница еластичности, где настаје еластична зона и еластично понашање стенске масе.

Око подземне просторије у еластичном подручју веза између напона и деформација дата је Хуковим законом. За пластично подручје, према Себеру, услов је да кругови Морових напона додирују граничну линију и да се налазе испод ње. Ово стање представља гранично стање у материјалу при коме не долази до лома, што представља постављени гранични услов да пластичност представља деформацију без разарања (Јовановић, 1994).

За ове услове гранично напонско стање дефинисано је притисном чврстоћом стенског материјала ( $R_p$ ) и углом унутрашњег трења ( $\varphi$ ). Нормални радијални и тангенцијални напони у зони пластичности морају се налазити испод Морових кругова да би био испуњен услов да нема разарања стенског материјала, односно:

$$\tau_{kr} = C + \sigma_n \cdot \tan \varphi \text{ [MPa]} \quad (3.37)$$

Графички приказ обрасца (3.37) дат је на слици 3.17.



Слика 3.17 – Тангенцијални и радијални напони у пластичном подручју на основу Морових кругова (преузето, Радојевић, 1989)

Детаљан прорачун, по корацима за одређивање границе утицаја пластичне зоне у дубини стенског масива око подземне просторије приказао је Јовановић (1994).

Одређивање границе утицаја пластичне зоне у дубини стенског масива могуће је извршити преко обрасца:

$$r_p = a \cdot \left( \frac{2}{\beta+1} \cdot \frac{\sigma_0 \cdot (\beta-1) + R_p}{R_p} \right)^{\frac{1}{\beta-1}} [m] \quad (3.38)$$

где је:

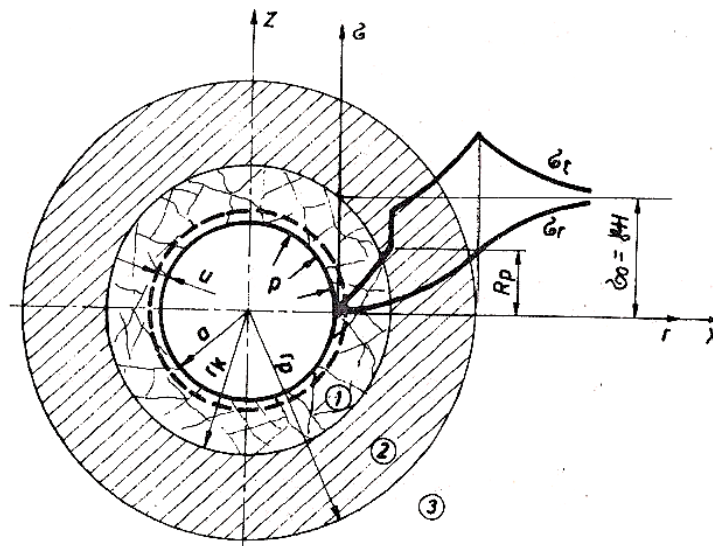
- $a$  – полупречник подземне просторије, m,
- $\beta = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$  – параметар запреминске чврстоће,
- $\varphi$  – угао унутрашњег трења, °,
- $\sigma_0 = \sigma_{z0} = \sigma_{x0}$  – вредност примарног напона, МПа,
- $R_p$  – притисна чврстоћа стенског масива, МПа.

### 3.1.3.3. Остали модели напонско деформационог стања

Поред описаног еластичног и пластичног модела за анализу напонско деформационог стања око подземне просторије постоји још читав низ раличитих модела који се примењују за одређене ситуације. Пластично-еластични модел може се дефинисати поступцима по Кастнеру и по Лабус-Рупенејту. Код овог модела претпоставка је да се око подземне просторије формирају две зоне од којих је прва која се налази непосредно поред израђене подземне просторије, зона у којој се материјал деформише сходно пластичном моделу, док се иза те зоне деформације одвијају у складу са Хуковим законом (еластични модел) (Јовановић, 1994).

Невезано-еластични модел користи се за описивање ситуације када код кртог понашања радне средине долази до формирања прстенасте зоне у којој су деформације довеле до стварања многобројних пукотина различите оријентације и обима. Таква зона склона је обрушавању, а отвор (ископ) је нестабилан (Јовановић, 1994).

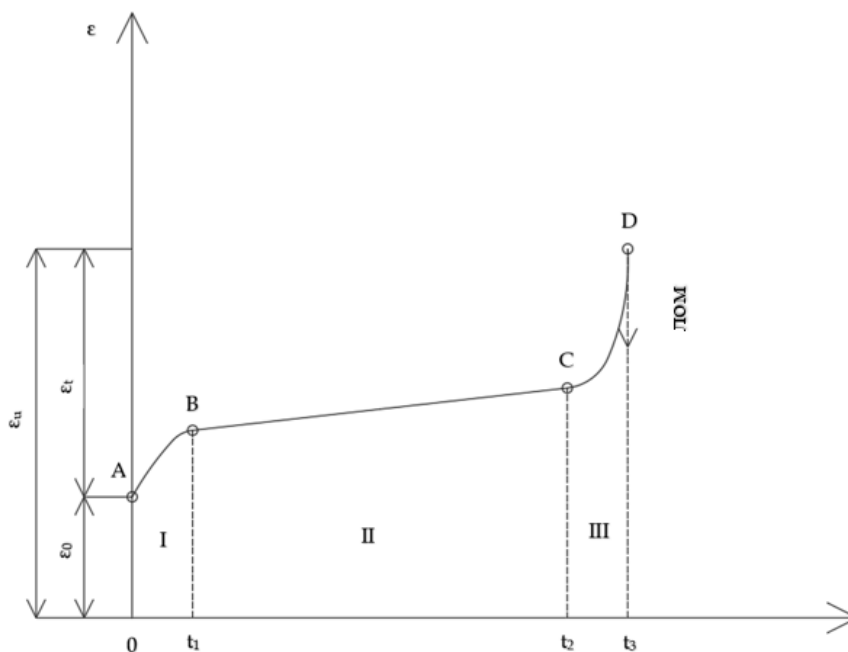
Невезано-пластично-еластични модел користи се када се у непосредној близини подземне просторије јавља више зона са различитим понашањем, односно испуцала, пластична и еластична зона. У пракси је распоред напона око подземне просторије комбинација ова три случаја. У зони разарања, на самој контури јављају се напрезања мале вредности, а са повећањем растојања ка дубини радне средине и граници пластичности долази до повећања напрезања. У пластичној зони долази до наглог повећања вредности напрезања која се изједначава са притиском чврстоћом радне средине. Тренд раста вредности деформација у пластичној зони се наставља све до границе са еластичном средином када тангенцијална компонента напона има максималну вредност, а радијална компонента већом брзином тежи да се што пре приближи напону у непоремећеном стенском масиву (примарно стање). Еластичну зону карактерише пад тангенцијалног и пораст радијалног напона који теже асимптотски почетној вредности примарног напонског стања (Јовановић, 1994). На слици 3.18 дат је шематски приказ овог модела.



Слика 3.18 – Шематски приказ невезано-пластично-еластичног модела, 1) зона разореног материјала, 2) зона пластичности, 3) зона еластичности (преузето Јовановић, 1994)

Претходно описани и поменути модели служе за анализу промена напона и деформација око подземне просторије који су настали у релативно кратком временском периоду након израде просторије што суштински не одговара реалном стању. Утицај времена може бити веома значајан приликом анализе напонско деформационих стања око подземне просторије. Испитивањима је утврђено да се код највећег броја стена критично дуготрајно оптерећење креће у границама 50-70% од просечне рачунске вредности (Јовановић, 1994). То значи да ће узорак под утицајем силе мање вредности од силе која разара узорак при стандардном испитивању чврстоће, уколико је оптерећење константно у одређеном временском периоду бити разорен. Однос између чврстоће стенског материјала (узорка) при тренутном оптерећењу ( $R_p$ ) и дуготрајном оптерећењу ( $R_\infty$ ) изражава се коефицијентом  $M = R_p/R_\infty$ . Вредност коефицијента  $M$  варира у зависности од стенске масе која се испитује али најчешће се налази у границама 1,2 до 1,7. Процес развоја деформација при

константном оптерећењу у циљу одређивања реолошке чврстоће разликује два карактеристична случаја. Први, када је константно оптерећење на узорак веће од реолошке чврстоће (случај када долази до смањења чврстоће и сигурног лома узорка у одређеном тренутку). Други случај када је константно оптерећење на узорак мање од реолошке чврстоће (не долази до смањења чврстоће без обзира на трајање оптерећења и нема лома узорка). Када се посматра понашање узорка приликом испитивања за први случај ( $\sigma > R_{\infty}$ ) процес деформација пролази кроз три стадијума. Први стадијум карактерише повећање брзине настанка деформација након чега то повећање са временом спорије расте (други стадијум) и трећи стадијум када долази до наглог скока брзине деформација након чега долази до разарања узорка. Процес реолошких деформација не креће од нуле већ од одређене вредности  $\varepsilon_0$  која представља величину деформације која настане при почетку испитивања (насталу услед наношења оптерећења на узорак) (Јовановић, 1994). Укупна деформација представља збир те почетне деформације и реолошке деформације. Шематски приказ криве течења за случај  $\sigma > R_{\infty}$  приказан је на слици 3.19.



Слика 3.19 – Шематски приказ криве течења за случај  $\sigma > R_{\infty}$

Са становишта реолошког понашања стенска маса представља веома сложен проблем и карактер њеног понашања покушава да дефинише доста различитих модела или њихових комбинација. Најпотпуније се реолошко понашање описује помоћу нелинарних модела и дефинисано је обрасцем:

$$\varepsilon_{\infty} = A \cdot \left(\frac{\sigma}{E}\right)^m \text{ ili } \varepsilon_{\infty} = \alpha \cdot \frac{\sigma}{E} + \beta_0 \cdot \left(\frac{\sigma}{E}\right)^2 \quad (3.39)$$

где је:

- $\varepsilon_{\infty}$  – деформације настале као последица деловања константног оптерећења ( $\sigma$ ) у реолошки неограниченом времену  $t$ ,
- $E$  – модул еластичности,  $N/mm^2$ ,
- $A$  и  $m$  – константе материјала до којих се долази експериментално,

-  $\alpha$  и  $\beta_0$  – реолошки параметри.

Одређивање реолошких параметара могуће је одредити на основу две криве течења, добијене за различите услове оптерећења функцијама:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{001} &= \alpha \cdot \varepsilon_{01} + \beta_0 \cdot \varepsilon_{01}^2 \\ \varepsilon_{002} &= \alpha \cdot \varepsilon_{02} + \beta_0 \cdot \varepsilon_{02}^2\end{aligned}\quad (3.40)$$

Детаљнији прорачун деформација и напонског стања може се наћи у литератури Јовановић (1994).

### 3.1.4. НАПОНСКО ДЕФОРМАЦИОНО СТАЊЕ ОКО ПОДГРАЂЕНЕ ПРОСТОРИЈЕ

Претходно описане расподеле напонског стања и деформације односе се на случај када је просторија неподграђена. У случају када се након израде подземне просторије у попречни пресек уграђује подграда ситуација се мења. Подграда служи да спречи слободан развој деформација контуре подземне просторије. Нормални радијални напон који је у претходним случајевима био једнак нули, у овом случају има вредност која зависи од отпора који подградна конструкција пружа. Ако је подградна конструкција таква да може да спречи развој деформација ( $u$ ) контура подземне просторије ( $u = 0$ ) тада је оптерећење радне средине на подграду ( $q_s$ ) једнако или мање од отпора који пружа подградна конструкција ( $p_p$ ) (Јовановић, 1994).

Укупне деформације контуре подземне просторије ( $u_u$ ) зависе од деформација које су претходиле уградњи подградне конструкције ( $u_0$ ) и деформацијама стене и подградне конструкције насталих након уградње подграде ( $u_p$ ).

$$u_u = u_0 + u_p \quad (3.41)$$

Вредност укупне деформације директно зависи од времена које прође од ископа просторије па до постављања подградне конструкције као и механичких карактеристика подградне конструкције.

Од момента уградње подградне конструкције, на претходно развијене деформације (уколико постоје) које су се одвијале само на контури подземне просторије, почињу да се развијају деформације у систему стена (контура) – подграда. Укупне деформације представљају све деформације коју су настале до момента када се отпор подграде и оптерећење из радне средине изједначе.

Узајамно деловање стене и подграде разликује се, као и анализа напонског стања, од почетне поставке (услова рада). Тако можемо разликовати узајамни рад стене и подграде у условима: еластичног модела, еластично-пластичног модела, еласто-пластично-невезаног модела и у условима реолошког модела.

Оно што је чињеница је да подграда има позитиван ефекат на стабилност подземних просторија јер својим отпором доприноси смањењу вредности почетних напона насталих на контури подземне просторије након израде.

Иако подграда, невезано од момената уградње, утиче на спречавање развоја деформација, веома је важно да буде уграђена у одговарајућем тренутку. Проучавањем образаца (Јовановић, 1994) који се односе на описивање узајамног

дејства стене и подграде у случају реолошког модела види се да је утицај удаљености чела радилишта на умањење деформација (у случају слабих стена) веома велики. У табели 3.3. приказан је утицај односа растојања подграде од чела ископа ( $l$ ) и пречника подземне просторије ( $D$ ) на умањење величине деформације ( $f(l/D)$ ).

Табела 3.2. Утицај удаљености места уградње подграде на смањење деформација (Јовановић, 1994)

Однос удаљености чела радилишта и пречника просторије ( $l/D$ )	0,25	0,5	1,0	2,0	4,0	6,0
Умањење деформација	0,178	0,306	0,541	0,760	0,880	0,906

Из претходне табеле се може закључити да је уградња подграде на што мањој удаљености од чела радилишта изузетно пожељна, јер се са уградњом подграде на удаљености од 4 m (за случај просторије кружног попречног пресека са пречником од 4 m) може постићи умањење укупне деформација од преко 50%. За исти случај, са уградњом подграде на удаљености 1 m постиже се умањење укупне деформација преко 80%.

### 3.2. ПОДЗЕМНИ ПРИТИСАК

Приликом израде просторија у стенској маси нарушава се природно напонско стање и долази до развоја деформација контуре просторије. Ново израђена подземна просторија може бити стабилна и неће бити потребе за уградњом подграде или нестабилна и у том случају је неопходно уградити одговарајућу подградну конструкцију у циљу спречавања даље деформације или зарушавања просторије (Радојевић, 1989).

Појам подземни притисак може се дефинисати као реакција подграде на кретање стенске масе која тежи да се уруши, односно отпор подграде силама које су последица деформација отвора-ископа (Радојевић, 1989; Ибришимовић, 2006).

У рударској пракси чест је случај да се јамском притиску додељују описне вредности попут „нема притиска“, „мали притисак“ или „велики притисак“ што се заправо односи на начин управљања подградном конструкцијом. Уколико „нема притиска“ нема потребе ни за подграђивањем, „мали притисак“ захтева местимичну уградњу подграде, док „велики притисак“ означава ситуације у којима је потребна гушћа и/или чвршћа подградна конструкција (Радојевић, 1989).

Појава урушавања делова стенске масе може бити изазвана:

- секундарним напонима око отвора подземне просторије који изазивају лом у зони непосредно уз отвор,
- секундарним напонима око отвора подземне просторије у условима пластичног течења стенске масе,
- силом земљине теже (у садејству са секундарним напонима) која доводи до покрета комада стенске масе ка отвору (првенствено из кровине – свод природне равнотеже),

- бубрењем, код стена склоних да услед присуства воде дође до експанзије њихове запремине,
- горским ударом, појавом интензивног кртог лома праћеног ослобађањем знатне количине енергије (Ибришимовић, 2006).

Горски удар може се дефинисати и као нагло попуштање делова стенске масе које су биле преоптерећене, поготово у случају неравномерног оптерећења. Горски удар дакле представља наглу деформацију граничних површина подземних просторија која је праћена одламањем већих делова стенске масе из крова и бокова просторије, рушењем просторије, снажним праском и потресом који према јачини удара може допрети и до површине (Антуновић Коблишка, 1973).

Уколико се урушавању насталом услед претходно побројаних ставки супротставља нека подградна конструкција, контакт стене и подградне конструкције називамо подземни притисак (Ибришимовић, 2006).

На формирање и деловање подземног притиска утиче низ фактора попут:

- величина и карактер секундарних напона,
- механичке карактеристике стенске масе (поготово деформабилност и чврстоћа на смицање),
- физичко-структурна својства стенске масе (испуцалост, анизотропност, хетерогеност, примарна напрегнутост),
- димензије и облик попречног пресека просторије,
- метода израде подземне просторије,
- крутост подграде,
- понашање стенске масе услед лома изазваног секундарним напонима,
- временски период од избоја до постављања подграде,
- удаљеност чела радилишта до подграђеног дела,
- утицај подземних вода и
- физичко-хемијске промене у стенској маси.

Теорије и класификације за дефинисање и прорачун подземног притиска су многобројне, а неке од њих су: Борисов, 1968; Антуновић Коблишка 1973; Јовановић, 1994; Ибришимовић, 2006. Важно је назначити и да се прорачун подземног притиска знатно разликује код хоризонталних и код вертикалних подземних просторија.

Проблем одређивања статичког оптерећења на подграду решавали су многи истраживачи који су имали различите приступе, односно модели које су предложили укључују различите утицајне чиниоце. Јовановић (1994) је извршио груписање предложених модела у следећих пет група:

- хипотезе засноване на узајамном деловању стене и подграде,
- хипотезе засноване на теорији свода,
- хипотеза заснована на теорији плоче,
- хипотезе засноване на блоковској издељености стенског масива и
- хипотезе засноване на теорији понашања невезаног и слободног материјала.



У даљем тексту биће детаљније описане неке од поменутих хипотеза које су нашле највећу примену у рударству.

### 3.2.1. ХИПОТЕЗЕ ЗАСНОВАНЕ НА УЗАЈАМНОМ ДЕЛОВАЊУ СТЕНЕ И ПОДГРАДЕ

Код ове групе хипотеза разликују се три карактеристичне подгрупе које се везују за моделе: пластични, крто-пластични и реолошки.

У условима пластичног модела А.П. Соколов и Фенер дали су своје хипотезе за одређивање вредности подземног притиска (Јовановић, 1994).

Хипотеза по Соколову разматра промене око подземне просторије са условом да је просторија (кружног облика попречног пресека) израђена у плочи оптерећеној двооксијалним затезањем (по  $x$  и  $y$  оси). Промене око подземне просторије описане су параметрима  $q$  и  $p$  који су изражени обрасцима:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= p \cdot \sigma_s \text{ [MPa]} \\ \sigma_y &= q \cdot \sigma_s \text{ [MPa]}\end{aligned}\tag{3.42}$$

где су:

- $\sigma_s$  – чврстоћа стенске масе у зони пластичних деформација, МПа, и
- $p$  и  $q$  – бездимензионални параметри карактеристични за величину напрезања.

По овој хипотези полупречник зоне пластичних промена може се одредити по обрасцу:

$$r_p = \frac{1}{2 - (p + q)} + \frac{2 - (p - q)}{(2 - (p + q))^2} \cdot \cos\theta \text{ [m]}\tag{3.43}$$

Ова хипотеза применљива је у случају великих дубина просторије и чврсте радне средине.

Хипотеза по Фенеру разматра случај када се око подземне просторије у пластичној радној средини формира зона пластичних деформација која није кружног облика већ у облику елипсе (дужа оса је оријентисана у вертикалном правцу). Поступак по Фенеру није доказан (Јовановић, 1994) па неће бити детаљније разматран.

У подгрупи везаној за крто-пластични модел стенске масе убрајају се хипотезе по Лабасу и Рупенејту. Код обе хипотезе аутори су пошли од претпоставке да се око подземне просторије, као и Фенер у случају пластичног модела, образује зона у којој је дошло до разарања радне средине. Услед великог броја насталих пукотина стенски материјал нема могућност да се одупре затезном напрезању. По Лабасовој хипотези унутар формиране зоне (пластичних деформација) долази и до разарања (лома) стенске масе. Последица разарања огледа се у већој запремини стенског материјала која потом смањују површину попречног пресека подземне просторије и врши додатно оптерећење ( $q_{sv}$ ) на подградну конструкцију (Јовановић, 1994). Лабас је своју теорију математички записао у следећем облику:

$$q_{sv} = (1 - \sin\varphi) \cdot \gamma \cdot H \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{2 \cdot \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}} \text{ [MPa]} \quad (3.44)$$

где су:

- $\varphi$  - угао унутрашњег трења, °,
- $\gamma$  - запреминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>,
- $H$  - дубина просторије, m,
- $a$  - полупречник просторије, m, и
- $b$  - величина оштећене зоне, m.

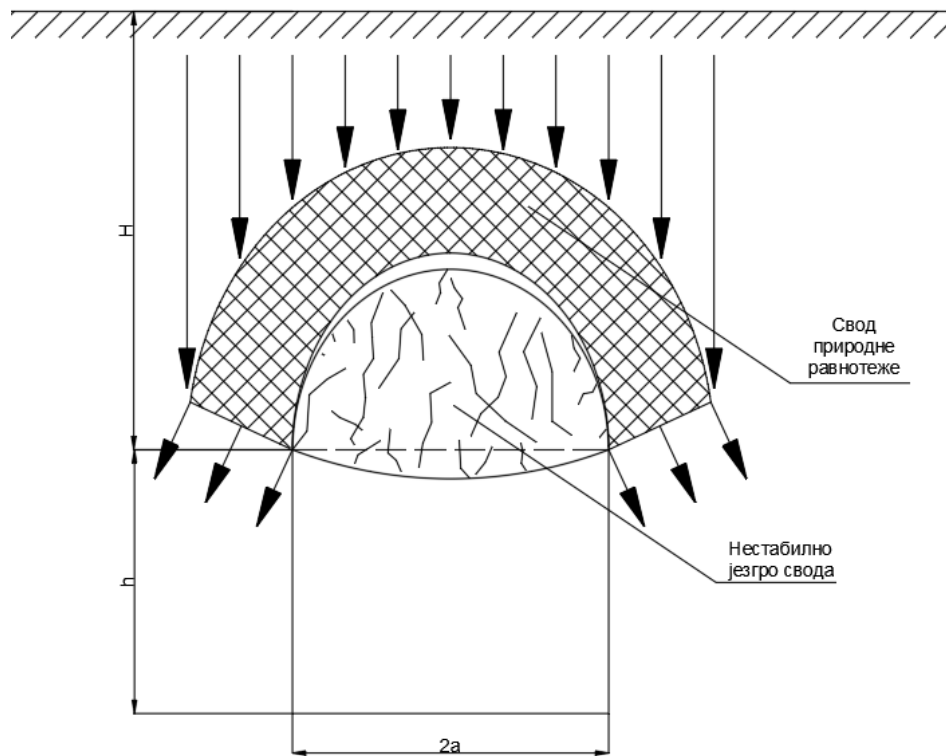
Овај приступ захтева познавање вредности угла унутрашњег трења материјала у разореној зони, што представља један од главних недостатака овог модела.

У случају хипотезе по Рупенејту, зона у којој је дошло до разарања стенске масе има издужено-оваласт облик, док је шема за прорачун оптерећења веома слична са стварним процесима који се одвијају у окружењу подземне просторије. Недостатак предложене хипотезе се огледа у великом броју улазних параметара које, као и у претходном случају није могуће лако одредити (Јовановић, 1994).

Реолошки модели и хипотезе Салутовича и хипотеза Димова и Парашкева постављени су тако да се претпоставља тренутна уградња подградне конструкције након ископа стенске масе као и непостојање зазора на контакту залагача и стенске масе (што у пракси готово никада није случај).

### 3.2.2. ХИПОТЕЗЕ ЗАСНОВАНЕ НА ФОРМИРАЊУ СВОДА

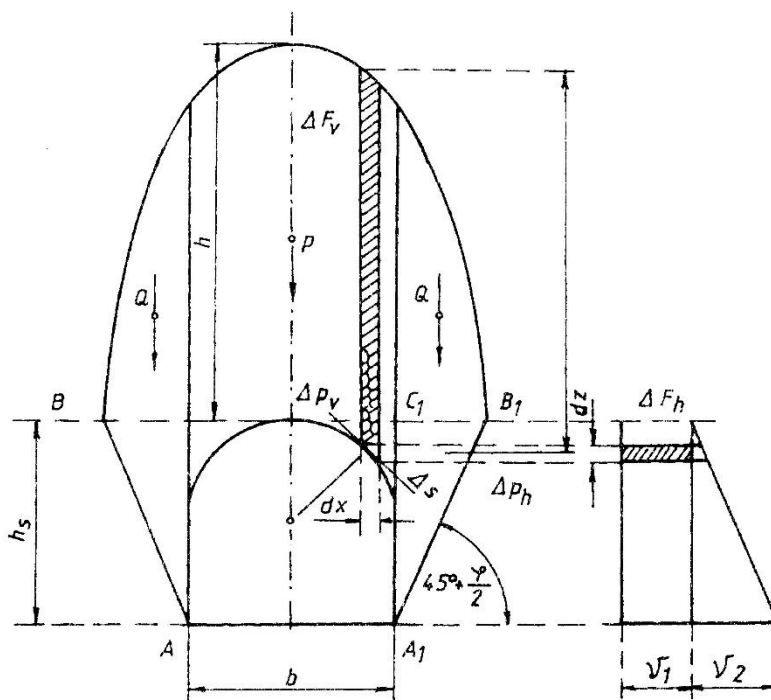
Прво теоретско објашњење о формирању свода природне равнотеже изнад подземне просторије који прима оптерећење стенског масива и растеређује просторију датира из 1879. године, а објашњење је дао Ритер. По овој хипотези, изнад израђене подземне просторије која се налази на одређеној дубини у стенском масиву долази до формирања свода који прима оптерећење дела стенске масе изнад и растеређује подземну просторију. Оптерећење из свода преноси се на стенски масив бочно од просторије. Тежина стенског масива из нестабилног језгра делује на подграду и представља оптерећење које треба узети у обзир приликом прорачуна подграде (Јовановић, 1994). Шема ове хипотезе приказана је на слици 3.20.



Слика 3.20 – Шема уз хипотезу о стварању заштитног свода (адаптација, Јовановић, 1994)

У пракси су најзаступљенија решења ове хипотезе по Ритеру, Комерелу, Протођаконову, Цимбаревичу и Бирбаумеру. Теорија свода природне равнотеже примењује се код класичне методе избора димензија подградне конструкције или облоге подземне просторије, засноване на концепту свода оптерећеног активним подземним притиском који је последица одговарајуће тежине или промене запремине растресене (нестабилне) зоне (Ибришимовић, 2006). Приказана шема важи за врло чврсте стене и полази од претпоставке да бочних притисака нема и да се облик свода природне равнотеже формира искључиво у стропу (крову) просторије.

Код стена са мањим вредностима физичко-механичких карактеристика које су најчешће и испуцале у обзир се узимају и бочни притисци чије клизне равни пролазе кроз доње ивице бокова подземне просторије и заклапају угао са хоризонталом од  $45^\circ + \frac{\varphi}{2}$  (Ибришимовић, 2006). Овај случај приказан је на слици 3.21.



Слика 3.21 – Оптерећење на подграду подземне просторије уз присуство бочних притисака по Комерелу (преузето, Ибришимовић, 2006)

Облик зоне која је формирана у стропу (крову) просторије зависи од предлога аутора и може бити параболичног, елиптичног или троугластог облика.

Облик формиране зоне изнад просторије по Ритеру има облик параболое. Величина оптерећења (за највећу могућу висину свода природне равнотеже) на подграду дата је обрасцем:

$$Q = \gamma \cdot l \cdot \left( \frac{l^2}{48 \cdot R_z} - R_z \right) \text{ [MPa]} \quad (3.45)$$

где је:

- $\gamma$  – запреминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>,
- $l$  – ширина подземне просторије, m,
- $R_z$  – затезна чврстоћа стенске масе, МПа.

У случају Комереловог приступа решавању проблема, формиран облик свода природне равнотеже је елиптичан, где полуосе одговарају половини ширине подземне просторије ( $l/2$ ) и висини разорене зоне ( $b$ ). По Комереловом предлогу оптерећење свода на 1m дужине просторије износи:

$$Q = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot b \cdot l \cdot \gamma \text{ [MPa]} \quad (3.46)$$

где је:

- $\gamma$  – зареминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>,
- $l$  – ширина подземне просторије, m,
- $b$  – висина свода природне равнотеже, m.

Протођаконов приступ је да подграду, у формираној параболу у своду просторије, оптерећује тежина стенске масе унутар свода. Висина свода природне равнотеже  $b$  при којој се добија највећа стабилност усваја се као однос половине ширине просторије  $a$  и коефицијента унутрашњег трења  $f_0$  (код невезаног стенског материјала) односно коефицијента чврстоће по Протођаконову  $f$  (код чврстих стена). Притисак стенске масе на подграду могуће је одредити по обрасцу:

- код невезаног стенског материјала

$$Q = \frac{4}{3} \cdot \frac{a^2}{f_0} \cdot \gamma \left[ \frac{MN}{m} \right] \quad (3.47)$$

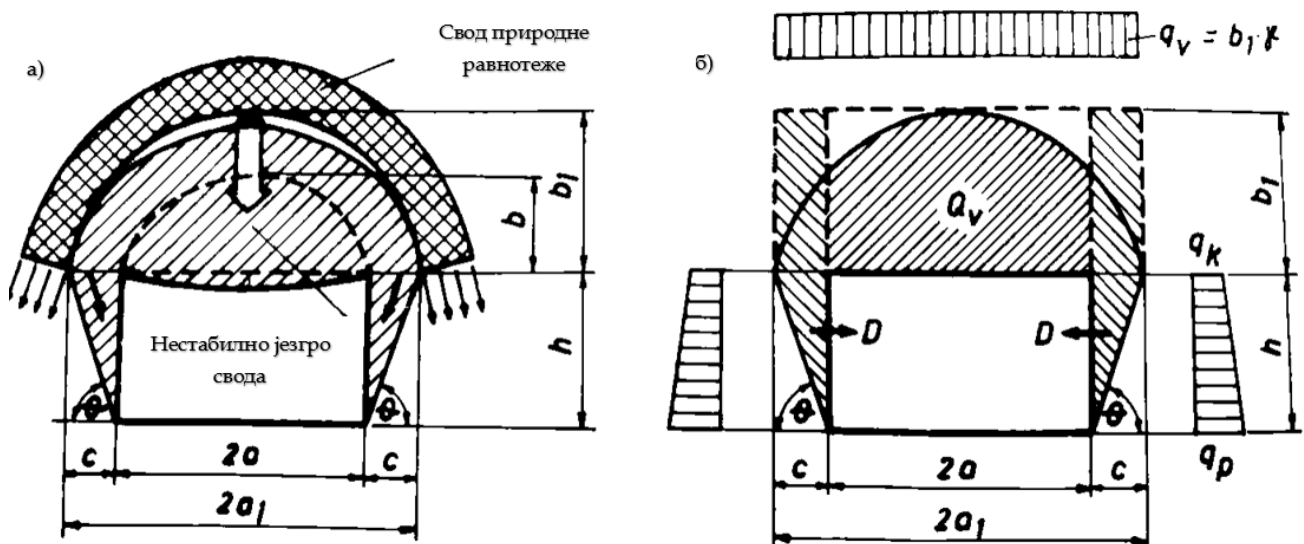
- код чврстих стена

$$Q = \frac{4}{3} \cdot \frac{a^2}{f} \cdot \gamma \left[ \frac{MN}{m} \right] \quad (3.48)$$

где је:

- $f_0$  - коефицијент унутрашњег трења,
- $f$  - коефицијент чврстоће по Протођаконову,
- $\gamma$  - зареминска тежина стене,  $MN/m^3$ ,
- $a$  - половина ширине подземне просторије,  $m$ .

Развојем претходне теорије од стране Цимбаревича, поред оптерећења из кровине при анализи се узима и оптерећење на подграду из бокова. Ова теорија је примењива када се у боковима подземне просторије налазе слабе стене, а разарање бокова у облику призме са нагибом клизних равни према хоризонталу се дешава под одређеним углом услед деловања притиска свода природне равнотеже (Ибришимовић, 2006). Зависно од димензија просторије и чврстоће радне средине, величина призме може бити значајних димензија и на тај начин повећати интензитет вертикалног притиска. На слици 3.22 дат је приказ шеме положаја свода природне равнотеже и рачунска шема према Цимбаревичу.



Слика 3.22 – Шема уз прорачун оптерећења на подграду према Цимбаревичу: а) шема положаја свода природне равнотеже, б) рачунска шема (преузето, Јовановић, 1994)

Оптерећење из кровине се може прорачунати на основу обрасца:

$$Q_V = \frac{4}{3} \cdot \frac{a_1^2}{f} \cdot \gamma \left[ \frac{MN}{m} \right] \quad (3.49)$$

где је:

- $a_1$  – половина ширине просторије свода природне равнотеже, m,
- $f$  – коефицијент чврстоће по Протођаконову,
- $\gamma$  – зареминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>.

$$a_1 = a + c \quad (3.50)$$

где је:

- $a$  – половина ширине просторије, m,
- $c$  – проширење ширине просторије (за ширину основе призме), m.

$$c = h \cdot ctg \frac{90 + \varphi}{2} \quad (3.51)$$

где је:

- $h$  – висина просторије, m,
- $\varphi$  – коефицијент унутрашњег трења.

За дефинисање бочног притиска Цимбаревич је применио Ренкинов образац за притисак земљишта на потпорни зид уз допуну да се узима и оптерећење верикалне компоненте (Ибришимовић, 2006). Када је оптерећење равномерно распоређено вредност бочног притиска се одређује по обрасцу:

$$Q_b = \frac{\gamma_{bok}}{2} \cdot (2 \cdot b_1 + h) \cdot tg^2 \left( \frac{90 - \varphi}{2} \right) [MPa] \quad (3.52)$$

где је:

- $\gamma_{bok}$  – запреминска тежина стене у боку, MN/m<sup>3</sup>,
- $b_1$  – висина свода природне равнотеже ( $b_1 = \frac{a_1}{f}$  код чврстих стена или  $b_1 = \frac{a_1}{tg\varphi}$  код невезаних стена), m,
- $h$  – висина просторије, m,
- $\varphi$  – коефицијент унутрашњег трења стене.

Бирбаумер је своју теорију поставио тако да се у кровини формира зона троугластог облика, а не у облику свода. Подграда је оптерећена тежином материјала обухваћеног површином троугла јединичне дужине. Овакав приступ применљив је у слојевитим чврстим материјалима, а настаје као последица деловања бочних сила (Јовановић, 1994). Вредност вертикалног оптерећења одређује се по обрасцу:

$$Q_V = a^2 \cdot \gamma \cdot ctg\varphi [MPa] \quad (3.53)$$

где је:

- $a$  – половина ширине просторије, m,
- $\gamma$  – запреминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>,

- $\varphi$  – угао унутрашњег трења.

### 3.2.3. ХИПОТЕЗЕ ЗАСНОВАНЕ НА ПОНАШАЊУ НЕВЕЗАНОГ МАТЕРИЈАЛА

У склопу овог поглавља биће поменуте хипотезе најзаступљеније у литератури, по Хајму, Форхајмеру и Терзагију. Сва ова решења заснивају се на особини неvezаног материјала да услед одсуства кохезије између зрна стенске масе долази до кретања стенске масе ка израђеној просторији услед деловања гравитације.

Према Хајму притисак на подградну конструкцију се повећава са порастом дубине, а математички се вредност оптерећења на подграду може изразити обрасцем:

$$Q = 2 \cdot a \cdot \gamma \cdot H \left[ \frac{MN}{m} \right] \quad (3.54)$$

где је:

- $a$  – половина ширине просторије, m,
- $\gamma$  – запреминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>,
- $H$  – дубина просторије, m.

Примена Хајмове хипотезе је могућа у случају када се просторија налази на малој дубини и у радној средини која је муљевита и водозасићена када готово да нема утицаја бочног отпора (Јовановић, 1994).

Форхајмеров приступ је да, у радној средини која је неvezана и сува, долази до оптерећења на подграду подземне просторије вертикалном силом која је једнака разлици тежине материјала у вертикалном стубу изнад подземне просторије и силе трења која настаје између тог стуба и клизних равни које се од кровине просторије ка површини налазе под углом  $\theta = \frac{90^\circ - \varphi}{2}$  (Ибришимовић, 2006). Изведени образац записан је у облику:

$$Q = 2 \cdot a \cdot \gamma \cdot H \cdot \left[ 1 - \frac{H}{2 \cdot a} \cdot tg^2 \left( \frac{90^\circ - \varphi}{2} \right) \cdot tg \varphi \right] \quad (3.55)$$

где је:

- $a$  – половина ширине просторије, m,
- $\gamma$  – запреминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>,
- $H$  – дубина просторије, m,
- $\varphi$  – угао унутрашњег трења.

Терзагијев приступ је за разлику од претходно описаних приступа по Хајму и Форхајмеру такав да се деформације одвијају до подине просторије (клизне равни иду из подине под углом  $\theta = \frac{90^\circ - \varphi}{2}$ ) а не само до слемењаче (Ибришимовић, 2006). Ширина зоне утицаја одређује се по обрасцу:

$$B = 2 \cdot (a + h \cdot tg(\frac{90^\circ - \varphi}{2})) [m] \quad (3.56)$$

где је:

- $a$  – половина ширине просторије, m,
- $h$  – висина просторије, m.

Извођењем низа једначина (Јовановић, 1994) долази се до два карактеристична случаја за одређивање вредности оптерећења на подграду:

- случај када је висина стуба стенске масе од кровине до површине  $H_0 \leq 2,5 \cdot B$

$$\sigma_v = \frac{B \cdot \gamma}{2 \cdot k \cdot \operatorname{tg} \varphi} \cdot \left( 1 - e^{-k \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \frac{2H_0}{B}} \right) [MPa] \quad (3.57)$$

- случај када је висина стуба стенске масе од кровине до површине  $H_0 > 2,5 \cdot B$

$$\sigma_v = \frac{B \cdot \gamma}{2 \cdot k \cdot \operatorname{tg} \varphi} [MPa] \quad (3.58)$$

где је:

- $B$  – ширина зоне утицаја, m,
- $\gamma$  – запреминска тежина стене, MN/m<sup>3</sup>,
- $k$  – однос хоризонталне и вертикалне компоненте напона (1-1,5 код неvezаних стена),
- $\varphi$  – угао унутрашњег трења,
- $H_0$  – висина стуба од површине до кровине просторије, m.

У овом поглављу описана су напонска поља и напонско стање (примарно напонско стање) које влада у стенском масиву и начин на који долази до расподеле напонског стања при изради подземних просторија (формирање секундарног напонског стања). Приказани су различити модели који се користе за налізу напона који делују на израђене подземне просторије и који су засновани на различитим приступима идеализације стенског масива, односно радне средине.

Са становишта стабилности подземних просторија, познавање зона секундарног напонског стања које се формирају око израђене просторије и величине њиховог утицаја од изузетног су значаја за дефинисање одговарајућег начина осигурања (подграђивања) просторије.

Најчешће коришћене хипотезе од којих се полази у прорачунима за дефинисање вредности подземног притиска неопходног за све остале прорачуне приликом провере усвојене подградне конструкције су описане у поглављу 3.2.

У претходном поглављу детаљно су описани облик и димензије подграде подземних просторија (поглавље 2.), а у овом, напонска стања и подземни притисак који дефинишу услове којима ће подграда бити изложена током експлоатационог века. Да би се извршило формирање прецизног и ефикасног математичког модела за прогнозу деформација подградне конструкције, неопходно је описати и опрему и методе опажања и систематског праћења деформација подграде.



## 4. МЕТОДЕ МЕРЕЊА ПОПРЕЧНИХ ПРЕСЕКА ПОДЗЕМНИХ ПРОСТОРИЈА

Праћење стабилности подземних просторија од кључног је значаја за неометано функционисање процеса подземне експлоатације. Веома је чест случај у рудницима са подземном експлоатацијом у Републици Србији да услед немеханизованог процеса израде подземних просторија и откопавања долази до дужег излагања подземних просторија подземном притиску него што је предвиђено пројектом. Поред статичког оптерећења на подземне просторије може се јавити и утицај динамичких оптерећења у виду горских удара као и додатних потреса изазваних негативним утицајем коришћења експлозива у циљу екстракције корисне минералне сировине, поготово подземних просторија које се налазе у близини откопа. Праћење промена величине попречног пресека јамских просторија веома је битно за неометано функционисање јаме. Ако је смањење димензија значајно долази се до ситуације када просторије више не испуњавају техничко-сигурносне прописе и јамска механизација (утоварна, транспортна и утоварно-транспортна) није у могућности да обавља одређене фазе технолошког процеса производње. Смањење димензија попречног пресека подземних просторија такође негативно утиче на вентилацију јаме. То даље повлачи обуставу радова на експлоатацији минералне сировине, извођење радова на санацији подземне просторије и генерално повећање трошкова експлоатације.

Из претходно наведеног јасно је да би систематско праћење димензија попречних пресека подземних просторија од изузетног значаја, поготово праћење промена димензија у капиталним (главним транспортним и извозним) подземним просторијама.

Праћење ових промена врше мерачке службе на рудницима са подземном експлоатацијом. Рударска мерења су део рударске науке и технике који је уско повезан са геодезијом и могу се сврстати у део ниже, односно, практичне геодезије. Представљају једну од кључних дисциплина у целокупном процесу рударства од фазе истраживања лежишта минералних сировина преко пројектовања, отварања, експлоатације и на крају затварања рудника. Без рударских мерења не би било могуће извести систематско праћење утицаја откопавања на стабилност подземних просторија (Ганић, 2011).

Сви резултати мерења величина неопходних за решавање проблема из области рударских мерења, оптерећена су грешкама, која представљају одступања резултата мерења од истинитих вредности мерених величина. У пракси, мерењима се не може добити истинита вредност неке мерене величине, већ се усваја највероватнија вредност мерења. Добијање највероватније вредности мерења постиже се вишеструким (прекобројним – редундантним) мерењима једне исте величине и рачунањем просне аритметичке средине свих мерења, ако су она исте прецизности или опште аритметичке средине, када се располаже мерењима различите прецизности.

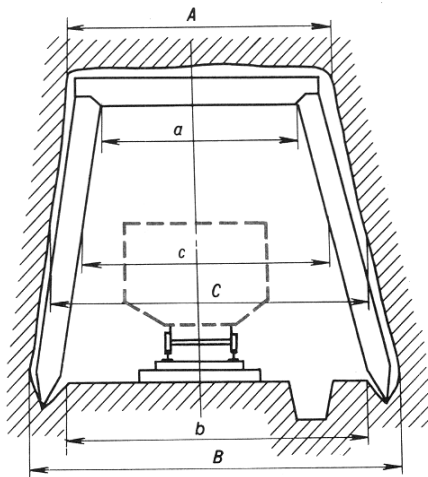
Грешке које настају при мерењу се могу класификовати према извору настајања, законитости појављивања или начину приказивања (Ганић, 2011). Шематски приказ класификације грешака мерења приказан је на слици 4.1.

Грешка према извору настајања	Грешка према законитости појављивања	Грешке према начину приказивања
<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Грешке методе мерења</b> - услед методе мерења који нису усавршане у складу са карактеристикама примењеног мерног инструмента и прибора.</li> <li>• <b>Инструменталне грешке</b> - услед несавршености мерног инструмента и прибора.</li> <li>• <b>Личне грешке</b> - потичу од руковоаца и несавршенства његових чула.</li> <li>• <b>Грешке радне средине</b> - настале као последица неповољности и променљивости радних услова при вршењу мерења.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Грубе грешке</b> - одступање веће од дозвољеног, одбацују се. Настају услед непажње, немара, лошег прибора итд.</li> <li>• <b>Систематске грешке</b> - средња вредност грешке значајно се разликује од нуле. Уколико су константне могу се потпуно или делимично одстранити из резултата мерења.</li> <li>• <b>Случајне грешке</b> - непредвидиве и о једној случајној грешци не може се извући закључак. Уколико постоји низ оваквих грешака може се дефинисати својство случајне грешке. Уколико код ових грешака нису испуњени услови компензације (аритметичка средина грешака великог броја мерења исте прецизности тежи нули) и независности (при великом броју мерења сума двоструких производа истинитих грешака тежи нули) онда се ради о систематској грешци.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Апсолутне грешке</b></li> <li>• <b>Релативне грешке</b></li> </ul>

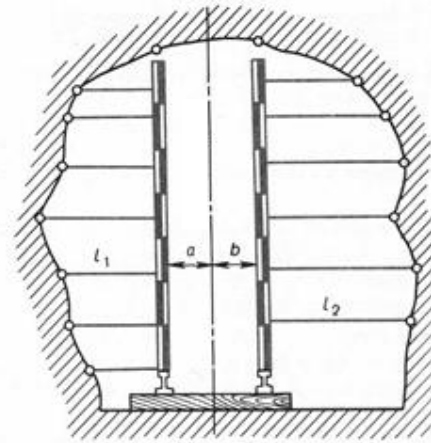
Слика 4.1 – Класификација грешака мерења (Ганић, 2011)

У Републици Србији рударска мерења изводе се у складу са Правилником о начину вршења рударских мерења (Службени гласник РС, 1997), а тачност мерења мора бити у прописаним границама за одређену врсту мерења које се врши.

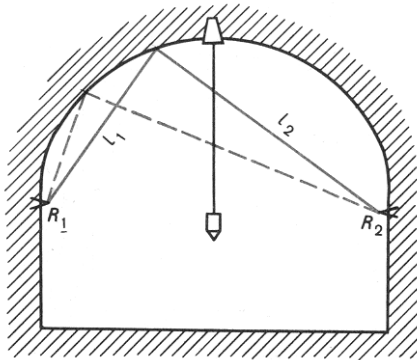
Мерење димензија попречног пресека подземних рудничких просторија обавља се класичним геодетским инструментима и прибором или модерним инструментима који се заснивају на ласерским методама мерења. Класичне методе мерења обухватају више метода за контролу попречних пресека подземних просторија попут методе мерења помоћу нивелманске летве и вискова, поларне методе, методе линеарног пресецања и методе директног мерења ширине и висине (Ganić et al., 2011). Класичне методе су релативно застареле, мада њихова примена, поготово у рудницима са метанским режимом рада у Републици Србији и даље је значајна. Поменуте методе приказане су на слици 4.2. Од већег значаја за истраживање по овој теми је група метода ласерског мерења попречног пресека и она ће бити детаљније описана.



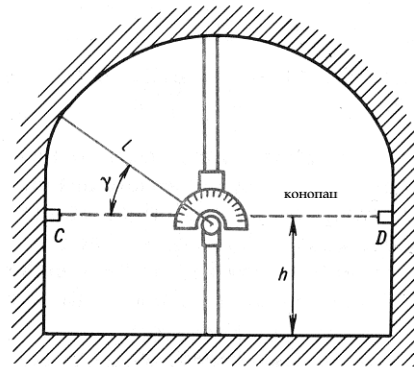
а) Метода директног мерења попречног пресека



б) Метода мерења помоћу нивелманских летви



в) Метода лучног пресека



г) Поларна метода мерења

Слика 4.2 – Приказ различитих класичних метода мерења попречног пресека (преузето Ganić et al., 2011), ознаке на слици: **а)**  $A$  – ископна ширина просторије у кровини;  $a$  – ширина просторије у кровини;  $c$  – ширина просторије на висини вагонета;  $C$  – ископна ширина на висини вагонета;  $b$  – ширина просторије у подини;  $B$  – ископна ширина просторије у подини; **б)**  $a$ ,  $b$  – растојање од осе просторије до нивелманских летви;  $l_1$ ,  $l_2$  – растојање од бока просторије до нивелманских летви; **в)**  $l_1$ ,  $l_2$  – растојање од бочних репера до карактеристичне тачке;  $R_1$ ,  $R_2$  – бочни репери; **г)**  $h$  – висина на којој је постављен конопац;  $\gamma$  – угао између праве од карактеристичне тачке до центра угломера и хоризонтално постављеног конопаца;  $l$  – растојање од карактеристичне тачке на контури подземне просторије до центра угломера;  $C$ ,  $D$  – тачке у боку просторије између којих је затегнут конопац

#### 4.1. ПРИМЕНА ЛАСЕРСКИХ МЕТОДА МЕРЕЊА У РУДНИЦИМА СА ПОДЗЕМНОМ ЕКСПЛОАТАЦИЈОМ

Метода ласерског мерења попречних пресека подземних просторија спада у групу савремених метода рударских мерења. У циљу извођења ласерског мерења неопходна је употреба савремених инструмената попут ласерских тоталних станица (електорнски теодолит-тахиметар) и тродимензионалних (3D) ласерских скенера, познатих и као ЛИДАР(LIDAR – Light Detection and Ranging).

Још једна од савремених метода која се све више примењује је дигитална фотограмetriја. Дигитална фотограмetriја представља технику за тродимензионално мерење на основу дводимензионалних дигиталних слика опажаног објекта (Chen & Clark, 2016; Mikhail et al., 2001; Crnogorac et al., 2018). На основу преклапања слика објекта опажања може се формирати, као и код примене ласерских скенера, облак тачака. Овај облак тачака, представља основу за даљу анализу и обраду у неком од специјализованих софтвера као што је AgiSoft PhotoScan Professional (AGISOFT LLC, 2022). Неки од примера примене фотограмetriје у рудницима са подземном експлоатацијом и тунелоградњи описани су у истраживањима многих аутора, Slaker & Mohamed (2017) приказали су практичну примену фотограмetriју за потребе извођења мерења у подземном руднику угља, конкретно за праћење стања челичних подградних оквира (Slaker & Mohamed, 2017). García-Luna et al. (2019) представили су методологију за регистровање система пукотина на челу радилишта тунела, а Gurgel & Preusse (2021) су у свом раду описали могућност примене дигиталне фотограмetriје у циљу дугорочног праћења конвергенције подземних просторија.

Ипак примена ове метода много више је распрострањена код мерења површинских рударских објеката, нарочито из ваздуха. Тотална станица представља инструмент који се састоји од електронског теодолита и електронског даљиномера, а модерне тоталне станице имају уграђен и уређај за глобално позиционирање (GPS – global positioning system). Захваљујући теодолиту и даљиномеру, тоталном станицом је могуће измерити и углове и удаљеност истовремено. За разлику од класичног теодолита који приликом мерења може да региструје само углове није потребан додатни инструмент за мерење удаљености осматране тачке, што представља један од главних разлога изузетно широке примене тоталних станица. Ипак треба нагласити да је примена тоталних станица у рудницима са подземном експлоатацијом у Републици Србији ограничена на руднике метала и неметала у којима нема опасности од експлозије метана и запаљиве угљене прашине, док се у рудницима угља користе традиционални теодолити.

На слици 4.3 приказано је мерење позиције контролних маркера на челичној подградној конструкцији применом тоталне станице произвођача Topcon модел OS-101 (Topcon, 2022) у руднику „Грот“ – Крива Феја код Врања.



Слика 4.3 – Мерење позиције контролних маркера на подградној конструкцији у руднику „Грот“ – Крива Феја тоталном станицом Topcon OS-101

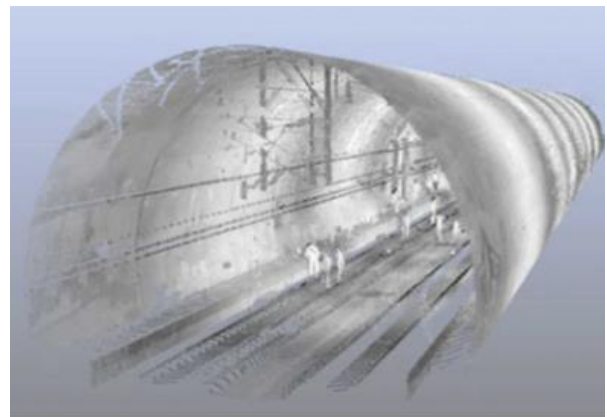
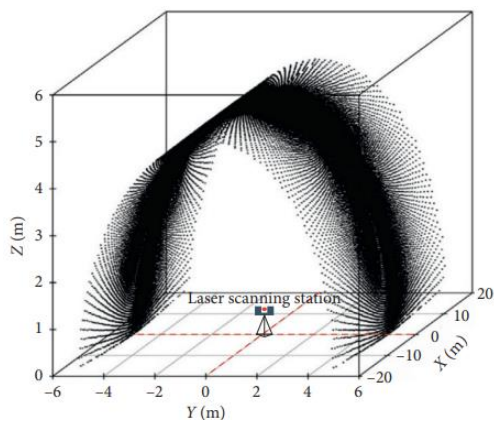
Примена ласерског скенирања у рударству као успешна метода мерења детаљније је описана у истраживању аутора Feng (2012) где је приказана практична примена ласерског скенирања у подземној градњи. Gorokhova (2015) је у свом истраживању описала начин праћења инжењерских објеката и прогнозу деформација применом података прикупљених ласерским скенирањем. Cosso et al. (2014) описали су процедуре, проблеме и решења приликом примене технологије ласерског скенирања у циљу дефинисања облака тачака у пећини. Kajzer et al. (2015) су доказали могућност примене 3D скенера у подземним рудницима угља. Dunn et al. (2020) су дали свој допринос развоју сигурносне заштите за ласерски скенер како би прошили могућност употребе ласерског скенера и у експлозивној и запаљивој атмосфери. Резултат њиховог истраживања је систем за ласерско скенирање који омогућује прикупљање података у реалном времену и 3D мапирање у подземним рудницима угља (Csiro, 2022; ABC, 2019). Kukutsch et al. (2015) су дали свој допринос проучавању деформација подине, стања подграде и праћење деформација челичне лучне подграде и смањења димензија попречног пресека подземне просторије у подземном руднику угља у Пољској.

Ласерско скенирање пружа могућност да се бесконтактно одреде просторне координате било ког објекта, како на површини тако и испод земље. Технологија ласерског скенирања омогућава брзо и ефикасно прикупљање тачних података у виду облака тачака који се касније користи за израду модела објекта који је предмет снимања. У зависности од врсте инструмента који се користи за снимање и његових техничких карактеристика могуће је прикупљање и више од пола милиона тачака по секунди. На слици 4.4 приказан је ласерски скенер RTC360 произвођача Leica који снима 2 милиона тачака по секунди.



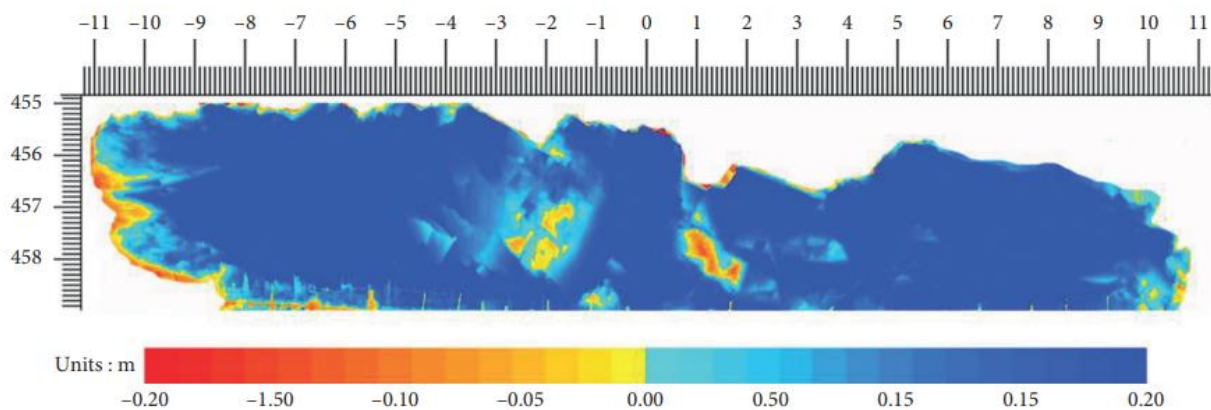
Слика 4.4 – Leica RTC360 ласерски скенер (Leica, 2022)

Приказ постављене ласерске станице са генерисаним облаком тачака приказан је на слици 4.5.



Слика 4.5 – Позиција ласерског скенера и приказ облака тачака (Pinpin et al., 2021)

На основу облака тачака и формираног 3D модела подземне просторије могуће је са лакоћом утврдити вредност ванпрофилског и подпрофилског ископа. На слици 4.6 приказана је примена ласерског скенирања у циљу одређивања вредности ванпрофилског и подпрофилског ископа.



Слика 4.6 – Вредности ванпрофилског (плаво) и подпрофилског (црвено) ископа на примеру станице подземне железнице „Badaling Great Wall“ (Pinpin et al., 2021)

Због специфичних радних услова у подземној експлоатацији примена ласерских скенера је до скоро била веома ограничена јер нису испуњавали услове за рад у метанском режиму. Управо је ограниченост примене у метанском режиму представљена као један од главних недостатака за успешну примену ове методе мерења у рудницима са подземном експлоатацијом у Републици Србији (Ganić et al., 2011). Данас постоје одговарајући инструменти који су израђени у сигурносној изведби и безбедно се могу користити у рудницима са присуством метана и експлозивне угљене прашине (Dunn et al., 2020; Kukutsch et al, 2015). На слици 4.7 приказан је ласерски скенер Z+F IMAGER 5006EX који је комерцијално доступан и поседује АТЕХ сертификат (АТЕХ производи представљају производе за употребу у потенцијално експлозивним атмосферама попут нафтних платформи, петрохемијских постројења, рудника, млинова, складишта итд.), што значи да се може употребити у опасним и експлозивним атмосферама.



Слика 4.7 – Ласерски скенер Z+F IMAGER 5006EX (Zofre, 2022)

Како су ласерски скенери генерално веома скупи њихова примена је поред безбедносног фактора који је релативно скоро превазиђен и даље ограничена за ширу примену у рударству. Примера ради цена ласерског скенера Z+F IMAGER 5006EX износи око 140000 евра (Aniwwa, 2022).

Процес моделирања подземне просторије на основу података прикупљених ласерским скенером (облак тачака) са упоредном анализом две методе за реконструкцију података (цилиндрична пројекција и Поасонов модел реконструкције) детаљније је описан у раду (Guo et al., 2016). На основу поменутог истраживања јасно је да је оправданост коришћења ове методе мерења услед њене ефикасности и прецизности задовољавајућа за праћење деформација подземних просторија.

## 4.2. ПРАЋЕЊЕ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДНЕ КОНСТРУКЦИЈЕ ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ

За потребе прогнозе деформација подградне конструкције подземних просторија неопходно је да се прикупе квалитетни подаци у дефинисаним временским интервалима. Како би се описале деформације подграде током времена, у вертикалној равни, потребно је да посматрамо померања подграде. Мерења деформација, у једнаким временским интервалима, могуће је извршити свим стандардним инструментима који се користе за ову сврху попут теодолита у комбинацији са даљиномером, тоталне станице или 3D ласерског скенера. Генерално треба тежити ка примени 3D ласерског скенера, кад год је то могуће, због високе прецизности мерења и зато што је тај приступ најмање временски захтеван и даје велики број података.

Поступак мерења у циљу прикупљања података неопходних за израду модела прогнозе деформација подградне конструкције састоји се од следећих корака:

- Избор одговарајуће методе, инструмента и прибора за мерење,
- Одређивање плана вршења мерења,
- Избор броја контролних маркера на подградној конструкцији,
- Избор позиције контролних маркера на подградној конструкцији,
- Припрема подградне конструкције за постављање контролних маркера,
- Постављање контролних маркера на подградну конструкцију,
- Израда носача инструмента за мерење и његова уградња на мерно место (станицу),
- Почетно - нулто мерење, дефинисање почетних позиција маркера у вертикалном профилу просторије ( $X$  и  $Z$  координате),
- Периодична мерења по дефинисаном плану вршења мерења контролних маркера (померање маркера у функцији времена).

Избор одговарајуће методе, инструмента и прибора за мерење подразумева избор најприкладније, најпрецизније и најтачније методе применом инструмента и прибора за мерење који су на располагању у одређеном руднику и неопходни су да би се мерења извршила.

Развој плана вршења мерења је веома битан јер је неопходно ускладити мерења са текућим технолошким операцијама у руднику на тај начин да мерења не ометају процес производње.



При избору броја контролних маркера (рефлектујуће циљне маркице) на подградној конструкцији треба водити рачуна да број контролних маркера буде такав да обезбеди довољно релевантних података за праћење померања подградне конструкције, а да са друге стране временски не оптерети вршиоца мерења. Са повећањем броја контролних маркера повећава се и обим радова приликом вршења мерења, а самим тим и време потребно за реализацију поменуте радње. Позиције маркера треба дефинисати тако да покрију карактеристичне тачке у кровини, своду и боковима (по потреби и у подини). Треба водити рачуна о видљивости маркера са станице, а уколико је немогуће са једне станице догледати све маркере потребно је обезбедити две или више станица. Неопходно је изабрати одговарајуће димензије рефлектујућих циљних маркица у зависности од удаљености станице и посматране подградне конструкције. Примера ради произвођач Leica у понуди има рефлектујуће циљне маркице типа GZM29 (димензије 20 mm x 20 mm, мерење до 100 m), GZM30 (димензије 40 mm x 40 mm, мерење до 200 m) и GZM31 (димензије 60 mm x 60 mm, мерење до 250 m) (NSSCANADA, 2022). На слици 4.8 приказан је изглед рефлектујућих циљних маркица компаније Leica.



Слика 4.8 – Leica рефлектујуће циљне маркице GMZ29, GMZ30 и GMZ31 (преузето, Smith Surveying Equipment, 2022)

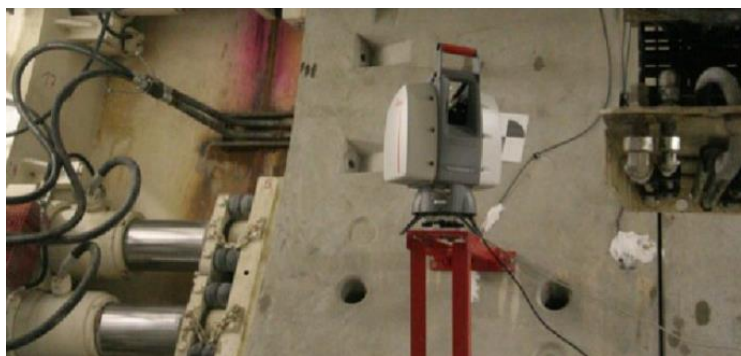
Припрема подградне конструкције за постављање рефлектујућих циљних маркица зависи од услова јамске атмосфере у подземној просторији, типа и стања подградне конструкције на коју се маркери постављају. Уколико се маркери постављају на пример, на челичну подградну конструкцију која се налази у подземној просторији у којој има појаве воде (капање или цурење), треба прво уклонити влагу са подградних оквира и по потреби га очистити од корозије и прљавштине како би се извршило постављање маркера, односно лепљење маркице на подградни оквир. У рудницима у којима нема опасности од експозије метана и запаљиве угљене прашине могуће је користити брусилуцу у циљу чишћења подградног оквира од корозије, док је у

супротном случају неопходно ручно шмирглање оквира. На слици 4.9 приказана је припрема челичне лучне подграде за постављање маркера у руднику „Грот“ – Крива Феја.



Слика 4.9 – Припрема кородирале челичне лучне подграде за постављање маркера у руднику „Грот“ – Крива Феја

Како би се остварила висока тачност и прецизност мерења препоручује се израда носача инструмента за мерења на дефинисано мерно место, поготово када је неопходно праћење деформација подграде инфраструктурних објеката попут тунела. Позиција станице треба да буде таква да не утиче на свакодневну експлоатацију подземне просторије. У одређеном случају неопходно је да се дефинишу две или више станица како би се успешно снимила цела жељена секција подземне просторије. У идеалном случају једном постављени инструмент за мерење не би требало скидати са станице, јер приликом сваког постављања инструмента може доћи до генерисања различитих случајних грешака (нпр. грешка центрисања инструмента, различита висина инструмента, грешка оријентације мерења, односно, скенова и облака тачака, и сл.). На слици 4.10 приказане су позиције два носача ласерског скенера постављеног у тунелу.



Слика 4.10 – 3D ласерски скенер постављен на носач у тунелу (преузето Nuttens et al., 2010)

На слици 4.11 приказана је склопива конструкција носача тоталне станице која је коришћена у руднику „Грот“ – Крива Феја.

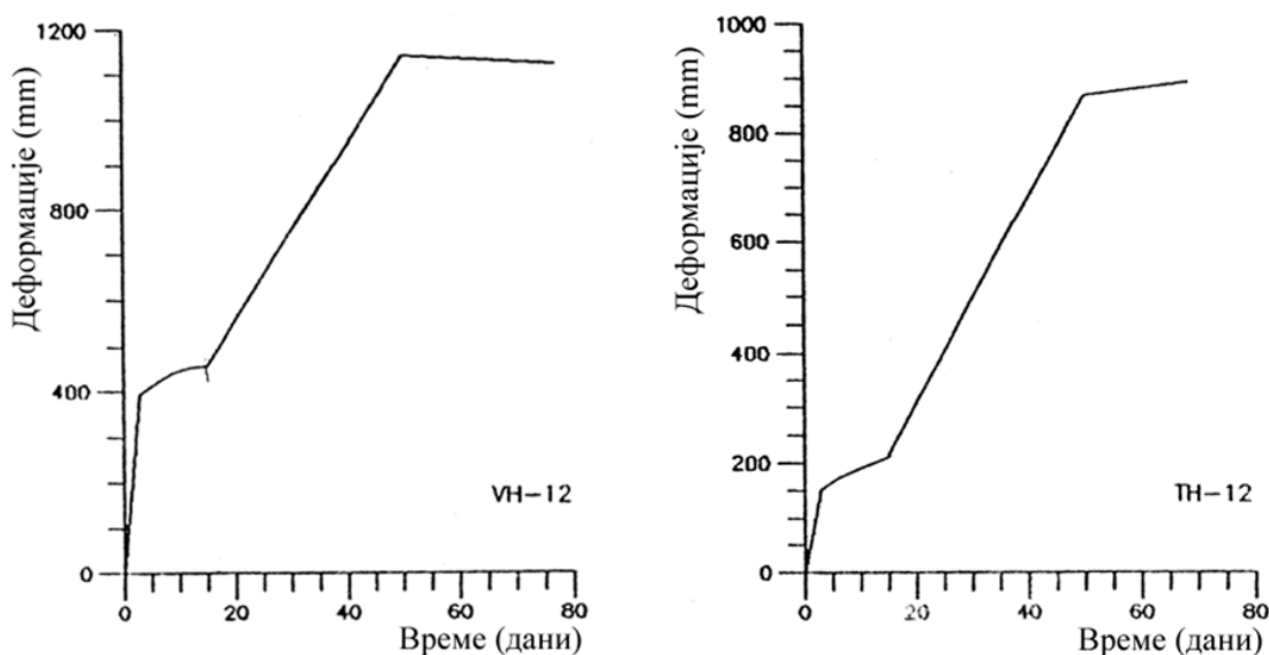


*Слика 4.11 – Изглед склопиве конструкције носача тоталне станице која је коришћена у руднику „Грот“ – Крива Феја*

Почетно мерење (нулта епоха) треба извршити у више понављања и усвојити средњу вредност добијених резултата за сваки маркер. Ово се ради да би се смањио утицај случајних грешака у мерењу приликом дефинисања „почетног – нултог“ стања подграде. Периодичним мерењима, по могућству у једнаким временским интервалима, добијају се подаци о промени положаја сваког маркера у времену које је даље потребно обрадити одговарајућом методом у циљу прогнозе деформација.

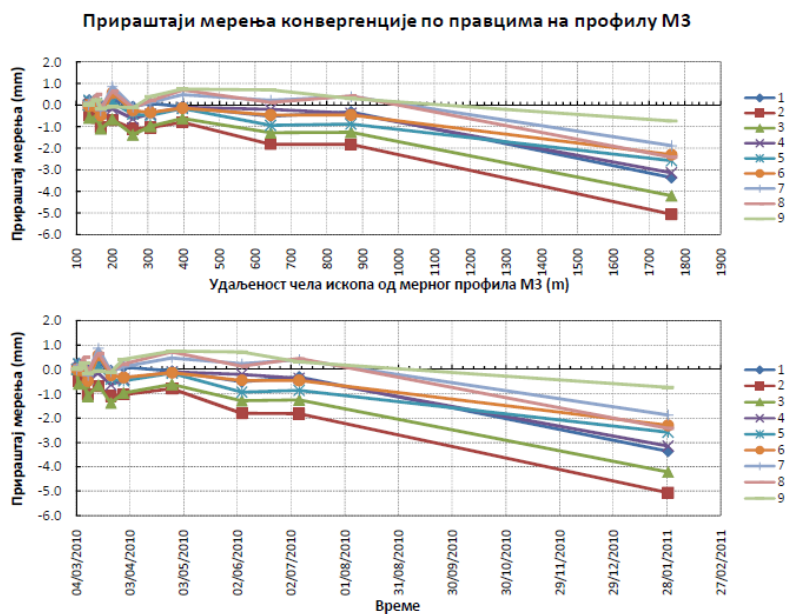
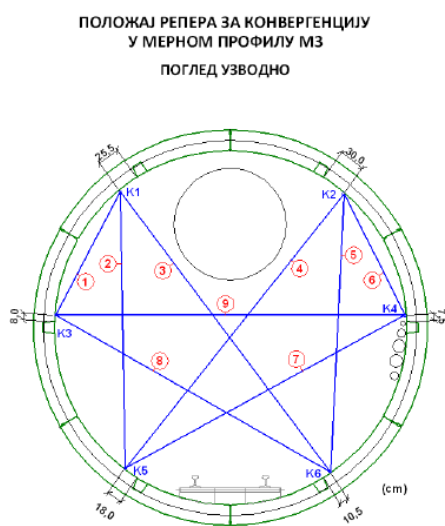
## 5. ТЕОРИЈСКЕ ПОСТАВКЕ МОДЕЛА ЗА ПРОГНОЗУ ДЕФОРМАЦИЈА

Прогноза се може дефинисати као предвиђање неког догађаја који ће се одиграти у будућности. Прогноза је од великог значаја у различитим гранама науке и индустрије и користи се за процес дефинисања стратегије и доношења одлука у циљу остваривања стратешких циљева односно за стратешко планирање. Стратешко планирање треба да буде јасно, рационално, ригорозно и систематично и да укључује примену одговарајућих научних метода за решавање конкретних проблема (Montgomery et al., 2015; Ashworth et al. 2010). Најчешће се за прогнозу користе подаци одређене временске серије. Временска серија је уређени низ опажања, најчешће са једнаким временским интервалима између серија, а може се дефинисати и као једна реализација стохастичког процеса. Одговарајући модел временских серија узима у обзир зависност између серија опажања како би се на основу претходних прогнозирао будућа стања (опажања) (Ковачић, 1995). Графички приказ временских серија на примеру деформација контуре просторија у руднику „Равна река“, дат је на слици 5.1.



Слика 5.1 – Временске серије деформација контура просторија (адаптација, Марковић и др., 1992)

На слици 5.2 приказана је временска серија конвергенције хидротехничког тунела Вишњица.



Слика 5.2 – Временска серија конвергенције хидротехничког тунела Вишњица у току израде (преузето, Институт за водопривреду „Јарослав Черни“, 2011)

Временске серије могу се пронаћи у готово свим областима, од демографије, економије, геофизике, сеизмологије, медицине, метеорологије, пољопривреде итд. У индустријским процесима прогноза је значајна јер се на основу будућих вредности критичних карактеристика производног процеса могу доносити одлуке о томе када важне контролне променљиве у процесу треба променити (Montgomery et al., 2015; Ashworth et al., 2010; Hassani et al., 2009).

Технике прогнозе могу бити квалитативне или квантитативне. Квалитативне прогнозе се најчешће користе у случајевима када нема серије односно претходних података, док код квантитативних техника прогнозе користе се „историјски“ подаци за модел прогнозе применом екстраполације прошлих података. Група модела која се веома често користи за прогнозу представља моделе на бази временских серија (Montgomery et al., 2015; Ashworth et al., 2010).

Временске серије могу бити класификоване као непрекидне и прекидне. Непрекидна временска серија је таква временска серија у којој се опсервација може регистровати у било ком тренутку док се код прекидне временске серије опсервације бележе у истим временским интервалима. Циљ анализе временске серије огледа се у четири парцијална циља: описивање, објашњење, прогнозирање и контрола.

Код описивања, посматрана временска серија се графички представља и понекада није неопходна даља сложенија статистичка анализа јер се са графичке интерпретације може закључити суштинска карактеристика посматране појаве. Објашњење временске серије, када се располаже са више временских серија, постиже се коришћењем варијације једне серије у циљу објашњења варијације у другој временској серији. У овом процесу можемо разликовати модел једне једначине или модел симултаних једначина и то представља приступ који је заснован на регресивној анализи временских серија, док је други приступ заснован на анализи модела

функција преноса. Генерализацијом модела једнодимензионалних временских серија добијамо моделе вишедимензионалних временских серија (векторски ауторегрессиони модели). Прогнозирање будућих вредности временске серије врши се на основу прошлих опсервација које смо идентификовали и оценили модел временске серије. Контрола се врши тако што се гради модел функције преноса временске серије и на основу њега формирамо прогнозу, да би потом улазну серију прилагодили тако да резултујући процес буде у близини жељеног. (Ковачић, 1995).

Временске серије се могу анализирати у временском и фреквентном домену. Постоји велики број приступа за анализу временских серија у временском домену попут методе декомпозиције, методе једноставног експоненцијалног изравњања, Holt-Winters методе изравњања, групе структурних модела, Box-Jenkins методе, методе степенасте ауторегресије, Parzen ARAMA модела, Bayes методе итд. (Box & Jenkins, 1976; Newbold & Granger, 1974; Parzen, 1982; Ковачић, 1995).

Не улазећи у методу којом се долази до прогнозиране вредности неке временске серије (применом неке од метода за анализу временских серија) задатак је да се ослањајући се на све претходне опсервације дамо прогнозиране вредности. Прогноза се може вршити и за одређени број периода унапред који је у литератури познат као дужина хоризонта прогнозирања. Ради провере квалитета серије прогнозирања неопходно је одредити средњу апсолутну процентуалну грешку и средњу апсолутну грешку реконструисане серије (Ковачић, 1995; Crnogorac et al. 2021).

Једна од метода за прогнозу временских серија је и метода која се заснива на теорији сивих система чије ће теоријске поставке бити описане у поглављу 5.1. и 6. на конкретном нумеричком примеру.

## 5.1. ТЕОРИЈА СИВИХ СИСТЕМА

Теорију сивих система (Grey system theory) предложио је научник Julong Deng 1982. године у свом раду (Deng, 1982). Теорија сивих система користи се приликом моделирања система код кога су информације којима располажемо непоуздане или непотпуне, што је карактеристика недетерминистичких система (Штрбац-Савић, 2016).

Област примене теорије сивих система је велика и научници су заснивали моделе за прогнозу различитих сценарија заснованих на теорији сивих система у научним областима попут медицине (Zhang et al., 2017), енергетике (Changyong et al., 2012), геофизике (Mo et al., 2017), хидрогеологије и климатских промена (Yonghong et al., 2006; Hao et al., 2006), метеорологије (H. Citakoglu & A. Aydemir, 2019), саобраћаја (Xinping et al., 2020), грађевине (Dalokolaie & Vali, 2019; Liu et al., 2007), туризма (Lingbin, 2009), енергетске ефикасности (Xianmin, 1999), истраживању тржишта (Zhang et al., 2010), аутоматизације (Pei, 2010), рударства (Штрбац-Савић, 2016; Xiao & Jin, 2021; Gligorić, Z. Milojević, J. and Beljić, Č., 2014), економије (Huang et al., 2012) итд.

Теорија сивих система обрађује информације које нису сигурне и комплетне у одређеном систему. Прогноза будућих вредности временских серија код сивих модела заснива се на коришћењу најкоријих података у временској серији у зависности од жељеног интервала прогнозе. Најчешће су све вредности које се користе у сивом моделу позитивне, али могуће је вршити прогнозу и са серијама негативних вредности као и са серијама мешовите вредности, уколико се у модел укључи и ауторегресиони процес (као што је приказано у поглављу 6.).

Сиво моделирање је приступ моделирању и предвиђању заснован на подацима који комбинује историјске податке и стручно знање како би се направила предвиђања о будућим трендовима. Засновано је на идеји да чак и ако немамо потпуне информације о систему или процесу, ипак можемо направити корисна предвиђања тражећи обрасце у доступним подацима.

Моделирање сивих система угрубо се састоји од следећа три корака:

- Претходна обрада података, која укључује чишћење, трансформацију и стандардизацију доступних података,
- Развој модела, који подразумева избор одговарајућег сивог модела на основу карактеристика података и природе проблема који се проучава и
- Валидација модела и предвиђање, што укључује тестирање тачности модела и његово коришћење за предвиђање будућих трендова.

## 5.2. СТОХАСТИЧКИ ПРОЦЕСИ

Стохастички процес представља породицу случајних променљивих индексираних у односу на неку другу променљиву или скуп променљивих (Britannica, 2022). Случајне променљиве које су индексирани низом бројева дају тумачење стохастичког процеса чији се елементи, односно њихове бројне вредности, мењају случајно у току времена. Вредности стохастичког процеса не морају нужно бити бројеви већ и вектори или неки други математички објекти (Lamperti, 1977).

Стохастички системи се односе на системе који имају елемент случајности или неизвесности укључен у њихово понашање. Ове системе карактеришу пробабилистичка правила која управљају њиховом еволуцијом током времена. Термин стохастичан потиче од грчке речи „stochastikos“, што значи нагађање.

Један од најчешћих примера стохастичког процеса присутан је у физици, код описивања Брауновог кретања – насумичног кретања честица у течности. У финансијама, берза се често моделира као стохастички процес, при чему цена акција насумично флукутира током времена.

Стохастички системи се обично моделују коришћењем математичких алата као што су теорија вероватноће и стохастички рачун. Ови алати нам омогућавају да направимо предвиђања о понашању система током времена, чак и у присуству случајности и неизвесности.

Стохастички системи су важни јер обезбеђују начин за моделирање сложених система који се не могу прецизно описати коришћењем детерминистичких метода. Укључујући случајност и неизвесност у наше моделе, можемо боље разумети како се ови системи понашају у стварном свету. Код стохастичких процеса детерминистичко окружење које се описује и моделује се проширује увођењем степена неизвесности односно случајности.

### 5.3. АУТОРЕГРЕСИОНИ ПРОЦЕСИ

Ауторегресиони процес је стохастички процес који моделира однос између посматрања и секвенце посматрања са кашњењем из исте временске серије. То је модел временске серије који предвиђа следећу вредност у низу на основу прошлих посматрања.

Ауторегресиони процес реда  $p$  означава се са  $AR(p)$  и може се дефинисати обрасцем:

$$y(t) = c + \varphi_1 y(t-1) + \varphi_2 y(t-2) + \dots + \varphi_p y(t-p) + \varepsilon(t) \quad (5.1)$$

где је:

- $y(t)$  – вредност процеса у времену  $t$ ,
- $c$  – константа,
- $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_p$  – ауторегресиони коефицијенти,
- $\varepsilon$  – бели шум средње вредности нула и константе варијације.

Ауторегресиони коефицијенти одређују колики је утицај претходне вредности процеса у серији на њену тренутну вредност. Ред ауторегресионог процеса ( $p$ ) одређује колико се претходних вредности користи за одређивање тренутне вредности.

Ауторегресиони процес се често користи у анализи временских серија у различитим областима попут економије, финансија и инжењерских делатности. Често се комбинује са другим моделима временских серија.

Примена ауторегресионих процеса ће бити приказана у поглављу 6. где је коришћен  $AR(10)$  у моделу за прогнозу деформација ради дефинисања будућих стања двозначне временске серије (-1 и 1) ради дефинисања векторског стања временске серије мешовитог стања.



## 5.4. СТРАТЕШКО ПЛАНИРАЊЕ И ОДЛУЧИВАЊЕ

Планирање представља неизоставни корак приликом руковођења било којим процесом или организацијом. Правилним планирањем олакшава се процес доношења одлука које директно утичу на исходе процеса и пословања. Одлуке се разликују по значају и нивоу примене и подељене су у три нивоа (Штрбац-Савић, 2016):

- Стратешки ниво,
- Тактички ниво и
- Оперативни ниво.

На слици 5.3. приказана је хијерархија одлучивања у зависности од врсте одлуке.



Слика 5.3. Хијерархијски приказ врста одлука (Чунић и Сукновић, 2008)

Оперативне одлуке су одлуке које се доносе на дневном нивоу и могу се искористити приликом доношења тактичних одлука. Утицај оперативних одлука је тренутан или краткорочан. Самим тим, услед лоше донесене оперативне одлуке последице неће бити велике докле год се не доноси низ лоших оперативних одлука, што може имати озбиљнијег утицаја на целокупан процес.

Тактичке одлуке су одлуке средњег нивоу са умереним последицама, а користе се као потпора доношењу стратешких одлука.

Стратешке одлуке су одлуке највишег нивоа и односе се на дугорочне циљеве. Због своје природе да могу имати дугорочне последице у будућности као и због своје важности сматрају се веома ризичним и неизвесног исхода.

У циљу доношења стратешких одлука са позитивним исходом потребно је вршити планирање на основу прогнозе сценарија, односно предвидети догађаје који су од кључног значаја за доношење одлука.

Стратешко планирање је процес дефинисања циљева и стратегија операција, као и реализација активности које ће омогућити остваривање циљева. Ова пракса укључује анализу интерних и екстерних фактора који могу утицати на процес или

организацију, као и дефинисање планова и активности за суочавање са тим факторима.

Стратешко планирање се састоји угрубо од неколико фаза:

- анализу интерних и екстерних фактора,
- постављања циљева,
- креирања стратегија и планова за остварење тих циљева и
- реализације планова.

Стратешко планирање представља важан процес за предузећа и организације, јер помаже у дефинисању циљева и приоритета, креирању планова за њихово остварење, али и у превенцији проблема који се могу појавити, као и у утврђивању могућности за оптимизацију процеса.

За потребе овог истраживања је развијен модел за стратешко планирање функционалности подземних просторија методом прогнозе деформација који ће детаљно бити описан у поглављу 6. Развијени модел пружа могућност дугорочне прогнозе деформација ради утврђивања кључног тренутка – престанка функционалности подземне просторије. Губитак функционалности подземне просторије има велике последице у виду:

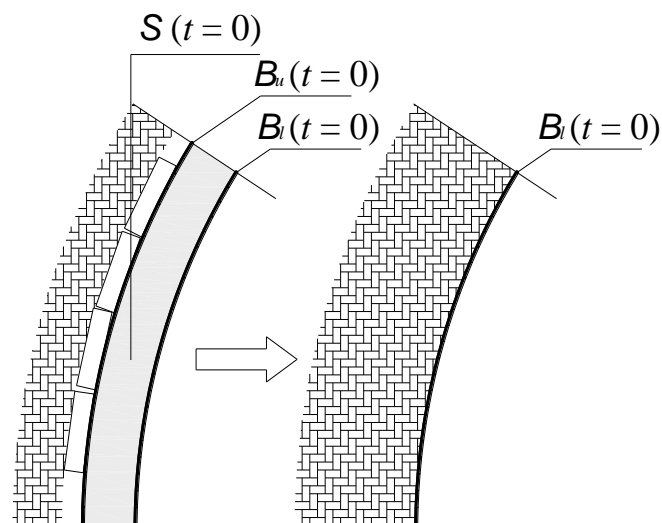
- Непланираног прекида производног процеса рудника са подземном експлоатацијом,
- Додатних финансијских улагања,
- Реорганизације рада у руднику,
- Обуставу допреме минералне сировине до постројења за припрему и прераду минералних сировина,
- Угрожавање безбедности и здравља на раду запосленог особља,
- Потенцијалног оштећења ангажоване механизације, итд.

## 6. МОДЕЛ ЗА ПРОГНОЗУ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДЕ И СТРАТЕШКО ПЛАНИРАЊЕ ФУНКЦИОНАЛНОСТИ ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ

Динамичко понашање подграде је изазвано подземним притиском који се јавља у непосредном окружењу ходника. Динамика деформације је проучавање временски различитог одзива подграде под динамичким оптерећењем. Ова оптерећења се првенствено сматрају променом интензитета подземног притиска проузрокованог рударским радовима. Како се откоп приближава ходнику, вредност подземног притиска се повећава и потенцијалне деформације подграде се повећавају.

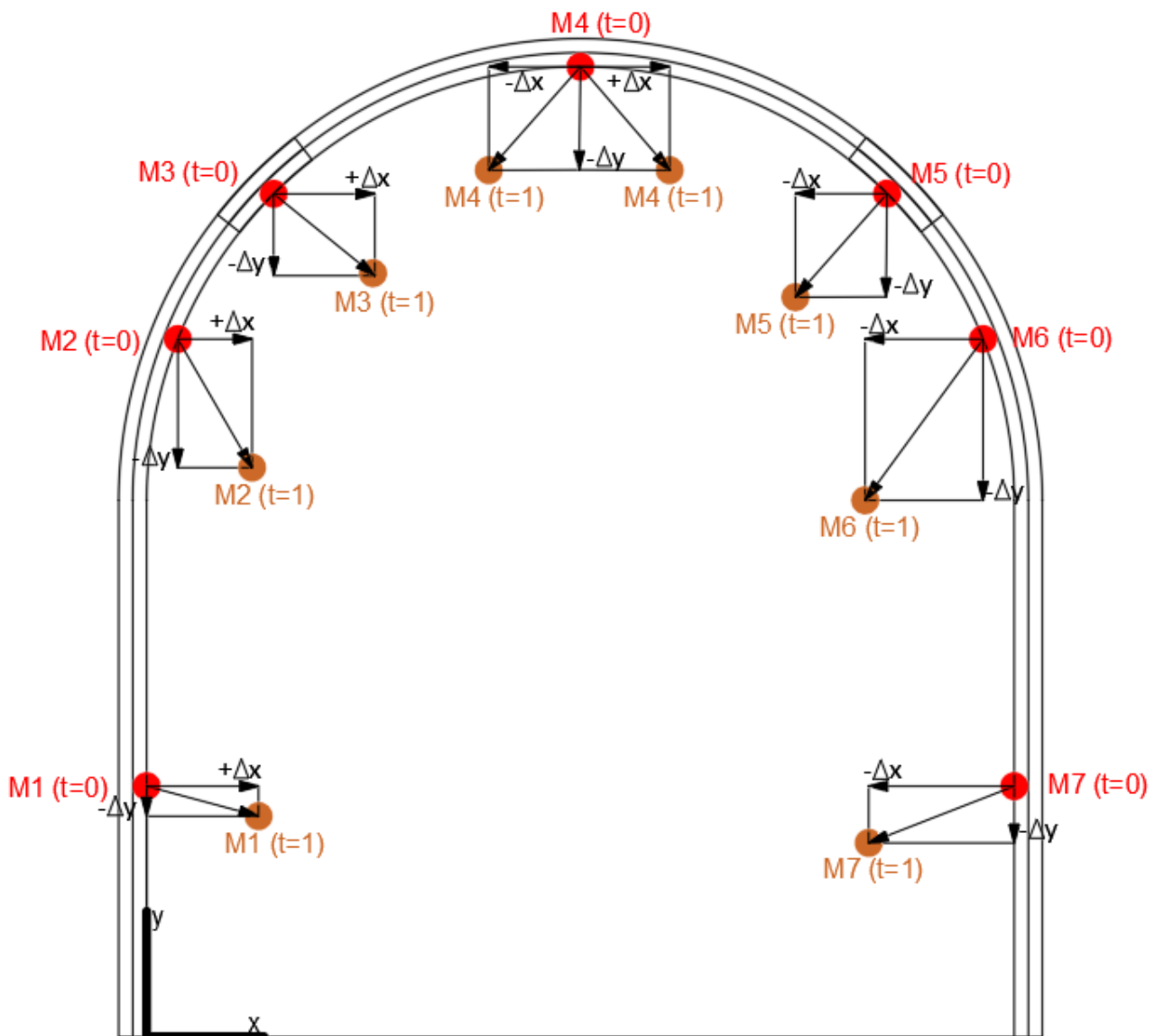
Како би описали деформације подграде ходника разматрамо временски зависна померања само у вертикалном профилу (равански проблем). Нека је  $S(t)$  површина подграде ограничена са  $B(t) = [B_l(t), B_u(t)]$  у тренутном времену  $t$ , где је  $B_l(t)$  доња граница, а  $B_u(t)$  горња граница подградне конструкције. Без губитка генералности, изједначавамо горњу са доњом границом и трансформишемо површину подградне конструкције у једну линију, односно редукујемо реалну дводимензионалну подградну конструкцију на вештачку једнодимензионалну подграду;  $S(t=0) \in R^2 \rightarrow B_l(t=0) \in R$ , (Слика 6.1).

Првобитна конфигурација  $B_l(t), t=0$  је недеформисана и позната (снимљена ласерским скенером). Померање сваке тачке на  $B_l(t), t=0$ , из почетне до тренутне конфигурације је у потпуности дефинисано временском зависношћу функције мапирања. Како је једначина ове функције непозната неопходно је извршити пређење деформација подградне конструкције у једнаким или неједнаким временским интервалима. Праћење у једнаким временским интервалима је ипак адекватније за предвиђање деформација подграде ходника. Веома је важно да се користи исти координатни систем за описивање деформација у току трајања праћења деформација (Crnogorac et al., 2021).



Слика 6.1 – Трансформација реалне дводимензионалне у вештачку једнодимензионалну подградну конструкцију

Промена конфигурације подградне конструкције, као последица деловања подземног притиска, може се описати у сваком тренутку преко позиција маркера на  $x$  и  $y$  оси. На слици 6.2 су приказане почетне позиције маркера ( $t = 0$ ) и деформисана конфигурација подграде ( $t = 1$ ).



Слика 6.2 – Почетна ( $t = 0$ ) и деформисана ( $t = 1$ ) конфигурација подграде

У рудницима угља у Републици Србији често долази до развоја деформација на подградним конструкцијама које су најчешће израђене од челика, лучног или кружног облика. На слици 6.3 приказани су неки карактеристични примери деформација подградне конструкције.



Слика 6.3 – Пример деформације челично лучне конструкције у Ибарским рудницима каменог угља

Почетна конфигурација челично лучне подграде биће описана почетним координатама  $(x, y)$  које снима 3D ласерски скенер. Померања у времену представљају векторе који се могу описати у сваком тренутку са позицијама на  $x$  и  $y$  осе. Посебно је важно да сви снимљени подаци буду у истом координатном систему.

Део алгоритма за прогнозу деформација описан је и у радовима Crnogoras et al. (2021; 2023).

Померање маркера дуж  $x$  и  $y$  осе пратиће се у једнаким интервалима да би се одредиле позиције маркера у времену, а тиме и деформације носеће конструкције.

Позиције маркера у времену дефинисане су једначином:

$$\begin{aligned}
 M_i(t = 0) &= \{x_{i0}; y_{i0}\}, \forall i \in [1, N] \\
 M_i(t = 1) &= \{x_{i0} \pm \Delta x(t = 1); y_{i0} - \Delta y(t = 1)\}, \forall i \in [1, N] \\
 &\vdots \\
 M_i(t) &= \{x_i(t - 1) \pm \Delta x(t); y_i(t - 1) - \Delta y(t)\}, \forall i \in [1, N]
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

где је:

- $N$  – укупан број маркера.

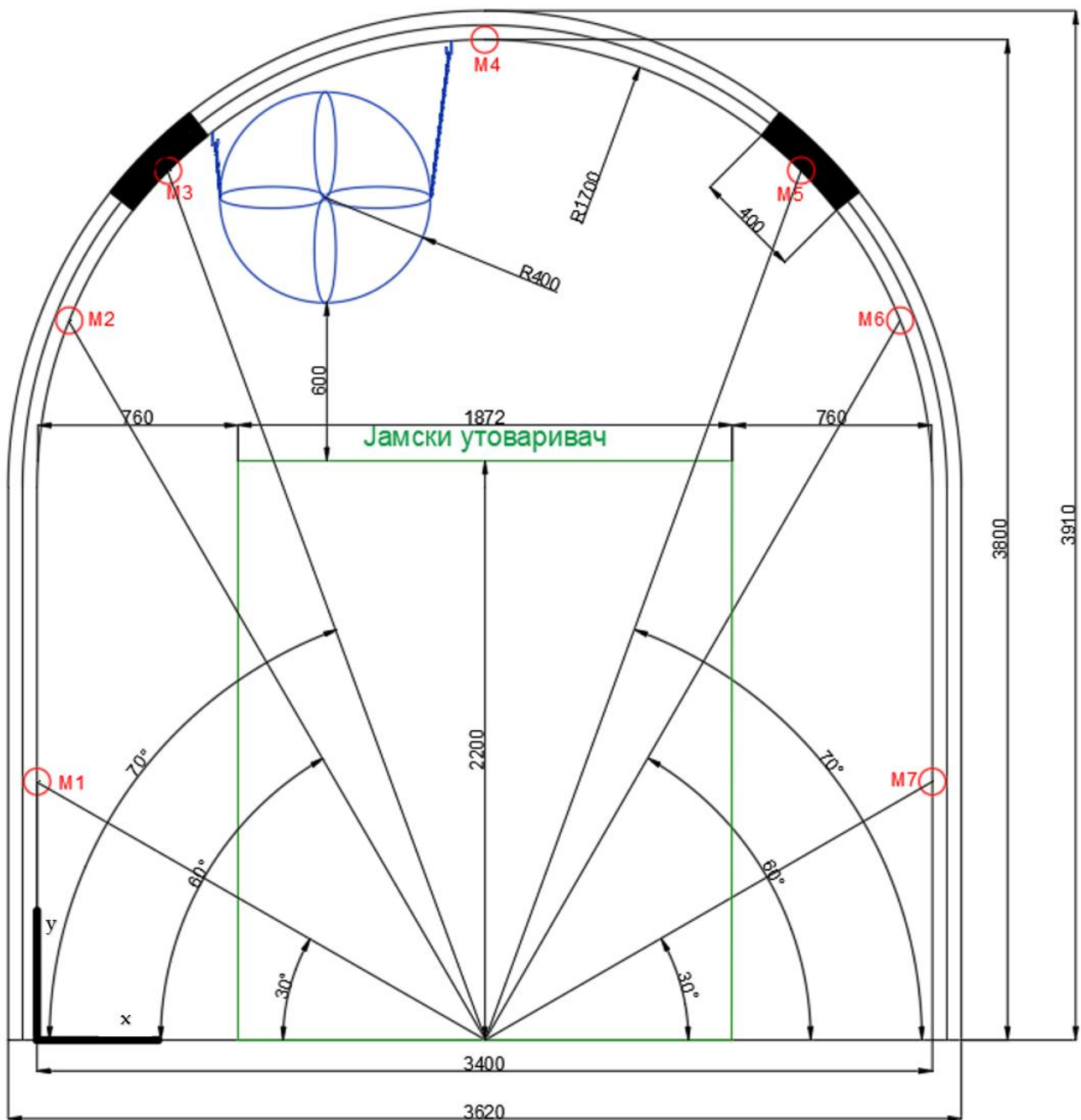
Промене облика челичне лучне подграде за дефинисани временски интервал  $(0, t)$  могуће је описати преко уније маркера:

$$\bigcup_{i=1}^N M_i(t), \forall t \in [0, T]
 \tag{6.2}$$

где је:

- $T$  – временски интервал праћења, за  $t = 0$ ,  $x_i$  и  $y_i$  представљају иницијалне координате и-тог маркера.

Почетно стање подграде подземне просторије  $(t = 0)$  са диспозицијом опреме приказано је на слици 6.4.



Слика 6.4 – Почетна конфигурација подграде ( $t = 0$ ) са позицијом опреме у подземној просторији

На слици 6.4. приказане су почетне конфигурације подграде ( $t = 0$ ) и деформисана конфигурација подграде ( $t = 1$ ), као и позиција постављеног референтног координатног система који ће служити за праћење параметара подграде. Позиције маркера мењају се у времену по образцу (6.1.) док образац (6.2.) представља промену облика челичне лучне подграде за дефинисани временски интервал  $(0, t)$  преко уније маркера.

Са слике 6.2. види се да маркери 1,2 и 3 могу да мењају своју позицију са координатама дуж  $y$  осе са негативним предзнаком ( $-\Delta y$ ) и дуж  $x$  осе са позитивним предзнаком ( $+\Delta x$ ). Маркер 4 мења координате дуж  $y$  осе са негативним предзнаком ( $-\Delta y$ ), а дуж  $x$

осе како са позитивним тако и са негативним предзнаком ( $-\Delta x$  и  $+\Delta x$ ). Маркери 5, 6 и 7 имаће негативни предзнак у случају померања дуж обе координатне осе.

Сви повезани маркери представљају затворени полигон. Како је простор који се налази испод маркера М1 и М7 и почетне и крајње тачке слободне ширине просторије у подини релативно велики, а не очекују се промене координата подграде у тачкама где се подина додирује са подградном конструкцијом биће потребно увођење две тачке  $P1 (0,0)$  и  $P2 (0,3400)$ . Увођење тачака  $P1$  и  $P2$  неопходно је како би пратили промене површине попречног пресека у сваком временском интервалу.

Површина попречног пресека затвореног полигона ( $A_p$ ) чије су координате познате рачуна се по обрасцу:

$$A_p = \left| \frac{(x_1 \cdot y_2 - y_1 \cdot x_2) + (x_2 \cdot y_3 - y_2 \cdot x_3) \cdots + (x_n \cdot y_1 - y_n \cdot x_1)}{2} \right| \quad (6.3)$$

где је:

- $x_n$  -  $x$  координата темена  $n$ ,
- $y_n$  -  $y$  координата темена  $n$ .

Како се стварна слободна површина попречног пресека подземне просторије разликује од површине попречног пресека затвореног полигона (образац 6.3.) у циљу праћења промене површине попречног пресека подземне просторије, уводи се коефицијент смањења површине попречног пресека ( $a_p$ ). Овај коефицијент представља константу и у сваком тренутку могуће је извршити превођење полигонске површине попречног пресека на стварну површину попречног пресека. Коефицијент  $a_p$  се одређује по обрасцу:

$$a_p = \frac{A_0}{A_{p0}} \quad (6.4)$$

где је:

- $A_0$  - површина слободног попречног пресека просторије, у тренутку ( $t = 0$ ),
- $A_{p0}$  - површина попречног пресека затвореног полигона, у тренутку ( $t = 0$ ).

За сваки тренутак ( $t$ ) са познатим координатама свих маркера ( $M$ ) и обе уведене тачке ( $P1$  и  $P2$ ) полигонски попречни пресек се одређује по обрасцу (6.4.). Коришћењем коефицијента  $a_p$  и полигонског попречног пресека  $A_{p(t)}$  рачуна се стварна површина попречног пресека ( $A_{(t)}$ ) у било ком тренутку преко обрасца:

$$A_{(t)} = \frac{A_{p(t)}}{a_p} \quad (6.5)$$

где је:

- $A_{p(t)}$  - површина полигонског слободног попречног пресека просторије, у тренутку ( $t$ ),
- $a_p$  - коефицијент смањења површине попречног пресека.

## 6.1. МОДЕЛ ЗА ПРОГНОЗУ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДЕ

### 6.1.1. РЕКОНСТРУКЦИЈА ПРАЋЕНИХ ДЕФОРМАЦИЈА ПОДГРАДЕ

Предложени модел за прогнозу деформација подградне конструкције биће описан на најсложенијем примеру, односно на примеру маркера 4 и померања по  $x$  оси (слика 6.2.). Посматра се временска серија мерења на  $x$  оси током времена  $t = 1, 2, \dots, T$ . Праћену временску серију означавамо са  $\Delta X(t) = (\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_T)$ . Даље је неопходно да се дефинишу три стања серија померања, ненегативна ( $NN$ ), негативна ( $N$ ) и комбинована ( $MD$ ). Серија је у ненегативном стању ако су све вредности  $\Delta x_t$  веће од нуле, а уколико су све вредности  $\Delta x_t$  мање од нуле онда је серија у негативном стању. Вредности које су веће и мање од нуле сматрају се мешовитом серијом. Вредност нула је ретка и није укључена у модел. Стања серије могу се математички дефинисати:

$$\Delta x_t = \begin{cases} NN, & \text{if } \Delta x_t > 0 \\ N, & \text{if } \Delta x_t < 0 \\ MD, & \text{if } \Delta x_t > 0 \wedge \Delta x_t < 0 \end{cases} \quad (6.6)$$

Модел успешно може да реши ненегативно ( $NN$ ) и негативно ( $N$ ) стање серије, док је у случају мешовите серије ( $MD$ ) неопходно ивршити трансформацију у ненегативно стање ( $NN$ ). Прво је потребно дефинисати вектор коефицијента трансформација за мешовиту серију ( $MD$ ) на следећи начин:

$$K(t) = \{k_t\}_{T \times 1} = \begin{cases} 1, & \text{if } \Delta x_t > 0 \\ -1, & \text{if } \Delta x_t < 0 \end{cases}, t = 1, 2, \dots, T \quad (6.7)$$

Затим се прави производ коефицијента трансформације ( $k_t$ ) и ( $\Delta x_t$ ), а резултат је трансформисано мешовито стање серије ( $TMD$ ) приказано испод:

$$TMD \rightarrow NN = \begin{bmatrix} k_1 \Delta x_1 \\ k_2 \Delta x_2 \\ k_3 \Delta x_3 \\ \vdots \\ k_t \Delta x_t \end{bmatrix}, t = 1, 2, \dots, T \quad (6.8)$$

На даље се врши моделирање оригиналне ненегативне ( $NN$ ) и негативне ( $N$ ) серије, као и трансформисане мешовите серије ( $TMD$ ) на исти начин. За добијање стационарне серије померања потребно је израчунати диференцијацију првог реда ненегативног или негативног стања серије  $\Delta X(t)$ .

$$\Delta(\Delta x_t) = \Delta x_t - \Delta x_{t-1}, t = 2, 3, \dots, T \quad (6.9)$$

Резултат прве диференцијације је стационарна временска серија и можемо моделирати прву диференцијацију,  $\Delta(\Delta x_t), t = 2, 3, \dots, T$  уместо нивоа  $\Delta x_t$ . Диференциране серије  $\Delta(\Delta x_t)$  се означавају са  $Q(t) = [q_t], t = 2, 3, \dots, T$  где  $q_t = \Delta x_t - \Delta x_{t-1}, t = 2, 3, \dots, T$ . Да би се избегла забуна око означавања времена, мапирамо диференциране серије у нову регуларну  $Q(t)$  као што је приказано у обрасцу:

$$\Delta X(t) = \begin{bmatrix} t=1 & \Delta x_1 \\ t=2 & \Delta x_2 \\ t=3 & \Delta x_3 \\ \vdots & \vdots \\ t=T & \Delta x_T \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{diff.}} \begin{bmatrix} t=2 & q_2 = \Delta x_2 - \Delta x_1 \\ t=3 & q_3 = \Delta x_3 - \Delta x_2 \\ \vdots & \vdots \\ t=T & q_t = \Delta x_T - \Delta x_{T-1} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Map}} Q(t) = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_T \end{bmatrix} \quad (6.10)$$



Број елемената у новој мапираној серији је мањи за један у односу на посматрану серију. Прва диференцијација генерише временску серију састављену од негативних ( $N$ ) и ненегативних ( $NN$ ) вредности односно временску серију мешовитог диференцираног стања ( $MD$ ). Неопходно је извршити трансформацију из мешовитог стања временске серије ( $MD$ ) у ненегативно стање ( $NN$ ). Коришћењем једначина (6.2 и 6.6.) на серији  $Q(t)$  добијамо ненегативну  $Q(t)$  серију. Ради лакшег праћења ненегативна серија ( $NN$ )  $Q(t)$  се обележава са  $P(t)$ . На овај начин се обрађују подаци теорије сивих система.

Користи се сиви системски модел –  $GM(1,1)$  код кога прва јединица означава ред деривације а друга јединица означава једнодимензионалну променљиву за уклапање и прогнозу серије  $P(t)$  (Deng, 1982; Deng, 1985; Deng, 1989, Liu et al., 2020).

За временску серију  $P(t) = (p_1, p_2, \dots, p_T)$  монотони растући кумулативни низ се дефинише преко обрасца:

$$P^{(1)}(t) = \{p_1^{(1)}, p_2^{(1)}, \dots, p_T^{(1)}\} \quad (6.11)$$

Елементи кумулативне серије се рачунају преко  $AGO$  серија (од садашњости до жељеног тренутка у прошлости) на следећи начин:

$$p_t^{(1)} = \sum_{i=1}^t p_i, t = 1, 2, \dots, T \quad (6.12)$$

где је  $p_1^{(1)} = p_1, p_2^{(1)} = p_1 + p_2, p_3^{(1)} = p_1 + p_2 + p_3$ , и тако даље.

Средња вредност суседних вредности серије  $P^{(1)}(t)$  рачуна се по обрасцу:

$$z_t^{(1)} = \frac{1}{2} (p_t^{(1)} - p_{t-1}^{(1)}), t = 2, 3, \dots, T \quad (6.13)$$

Сиви системски модел се описује диференцијалном једначином:

$$\frac{dp_t^{(1)}}{dt} + ap_t^{(1)} = b \quad (6.14)$$

А параметри  $a$  и  $b$  се одређују на основу критеријума методе најмањих квадрата:

$$[a \ b]^T = \underbrace{\arg \min}_{a,b} \|Y - B[a \ b]^T\|_2^2 = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (6.15)$$

где је:

$$B = \begin{bmatrix} -z_1^{(1)} & 1 \\ -z_2^{(1)} & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z_T^{(1)} & 1 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_T \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Једначина (6.14) представља обичну диференцијалну једначину облика:

$$dp_t^{(1)} = f(t, p_t^{(1)}) dt \quad (6.17)$$

са почетним условом  $p_{t=1}^{(1)} = p_1$ . Деформације су подложне насумичним пертурбацијама узрокованим насумичном променом силе која оптерећује подградну конструкцију током времена. Тешко је то дефинисати у опису модела који ради

унутар система. Такве пертурбације стварају шум у праћењу померања (деформација) као и у *AGO* серији и не могу се обухватити једначином (6.17). Када се узме једначина (6.17) са претпоставком да  $f(t, p_t^{(1)})$  није детерминистичка већ стохастичка (насумични, случајни) и додавањем шума, добија се стохастичка диференцијална једначина. Дакле стохастичка диференцијална једначина којој се додаје шум може се записати следећим обрасцем:

$$dp_t^{(1)} = f(t, p_t^{(1)})dt + dW_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (6.18)$$

где је:

$$- dW_t - \text{Брауново кретање (Schilling, 2021), } dW_t \sim N(0, Var)$$

Сада је сиви системски модел трансформисан у стохастички систем (Gligorić et al., 2020).

$$dp_t^{(1)} = (b - ap_t^{(1)})dt + dW_t, p_{t=1}^{(1)} = p_1 \quad (6.19)$$

Нумеричка апроксимација  $p_t^{(1)}$  добија се из експлицитне дискретизације Euler-Maruyama (1955):

$$p_t^{(1)} = p_{t-1}^{(1)} + (b - ap_{t-1}^{(1)})\Delta t + \Delta W_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (6.20)$$

Коришћењем униформног временског протока  $\Delta t$  са Брауновим кретањем  $dW_t$  и фиксном почетном вредности  $p_{t=1}^{(1)} = p_1$ . Понашање  $p_t^{(1)}$ , у форми једначине (6.20) је само дискретно у временској променљивој, али не и као случајна променљива. Поставља се  $\Delta t = \frac{T}{\varphi}, \varphi \leq T$  и  $\Delta W_t = W_t - W_{t-1} \sim N\left(0, \frac{\sigma^2}{\omega}\right)$  где  $\varphi$  представља број временских корака у времену  $T$  а  $N\left(0, \frac{\sigma^2}{\omega}\right)$  је нормална дистрибуција са очекиваном вредношћу 0 и варијансом  $\frac{\sigma^2}{\omega}$ . Варијанса *AGO* серије је  $\sigma^2$  а  $\omega$  је коефицијент временске резолуције, дефинисан као:

$$\omega = \begin{cases} 1, \text{ годишња временска резолуција} \\ 12, \text{ месечна временска резолуција} \\ 365, \text{ дневна временска резолуција} \end{cases} \quad (6.21)$$

Заменом  $\Delta W_t \sim N\left(0, \frac{\sigma^2}{\omega}\right)$  у једначини (6.20) добија се решење стохастичког *AGO* процеса дефинисаног једначином (6.19):

$$p_t^{(1)} = p_{t-1}^{(1)} + (b - ap_{t-1}^{(1)})\Delta t + N\left(0, \frac{\sigma^2}{\omega}\right), t = 1, 2, \dots, T \quad (6.22)$$

Претпоставком да је функција,  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , која зависи од решења,  $p_t^{(1)}$ , стохастичке диференцијалне једначине (6.19) у временском интервалу  $[1, T]$ . Једначина (6.22) представља решење, а симулација једначине (6.22) даје очекиване вредности за специфичан период у времену *AGO* стохастичког процеса:

$$E_t^{AGO} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S p_{t,s}^{(1)}, t = 2, 3, \dots, T, E_1^{AGO} = p_1 \quad (6.23)$$

где  $S$  представља укупан број симулација.

Очигледно је да за сваки тренутак у времену постоји одговарајућа вероватноћа густине функције *AGO* серије. Даље се примењује инверзна *AGO* операција – *IAGO* у циљу реконструисања ненегативног (*NN*) стања  $P(t)$  серије:

$$\begin{cases} E_{t+1}^{IAGO} = E_{t+1}^{AGO} - E_t^{AGO}, t = 1, 2, \dots, T - 1 \\ E_1^{IAGO} = p_1 \end{cases} \quad (6.24)$$

Реконструисана (подешена, фитована) ненегативна (*NN*) стања  $P(t)$  серије добијају се преко обрасца:

$$\hat{P}(t) = (p_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_t), t = 1, 2, \dots, T \quad (6.25)$$

Ненегативна (*NN*) стања  $P(t)$  серије једнака су ненегативним (*NN*) стањима  $Q(t)$  серије. Дакле реконструисана ненегативна (*NN*) стања  $Q(t)$  серије су:

$$\hat{Q}(t) = (q_1, \hat{q}_2, \dots, \hat{q}_t), t = 1, 2, \dots, T \quad (6.26)$$

У природи,  $\hat{Q}(t)$  серија је мешовитог стања (*MD*), а трансформација из ненегативног (*NN*) у мешовито (*MD*) стање врши се преко обрасца (6.8) на  $\hat{Q}(t)$  серији:

$$MD\hat{Q}(t) = k_t^q \hat{q}_t, t = 1, 2, \dots, T, \hat{q}_t > 0 \quad (6.27)$$

где:

$$K^q(t) = \{k_t^q\}_{T \times 1} = \begin{cases} 1, if q_t > 0 \\ -1, if q_t < 0 \end{cases}, t = 1, 2, \dots, T \quad (6.28)$$

За оригинална ненегативна (*NN*) и негативна (*N*) стања серије, реконструисана (фитована) серија померања дефинише се на следећи начин:

$$\Delta\hat{X}(t) = \{\Delta\hat{x}_t\}_{T \times 1} = \begin{bmatrix} \Delta\hat{x}_2 \\ \Delta\hat{x}_3 \\ \Delta\hat{x}_4 \\ \vdots \\ \Delta\hat{x}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x_1 + k_1^q q_1 \\ \Delta x_2 + k_2^q \hat{q}_2 \\ \Delta x_3 + k_3^q \hat{q}_3 \\ \vdots \\ \Delta x_{t-1} + k_t^q \hat{q}_t \end{bmatrix}, t = 2, 3, \dots, T \quad (6.29)$$

За оригинална мешовита (*MD*) стања серије, реконструисана серија померања рачуна се по обрасцу:

$$\Delta\hat{X}(t) = \{\Delta\hat{x}_t\}_{T \times 1} = \begin{bmatrix} \Delta\hat{x}_2 \\ \Delta\hat{x}_3 \\ \Delta\hat{x}_4 \\ \vdots \\ \Delta\hat{x}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_2 |\Delta x_1 + k_1^q q_1| \\ k_3 |\Delta x_2 + k_2^q \hat{q}_2| \\ k_4 |\Delta x_3 + k_3^q \hat{q}_3| \\ \vdots \\ k_t |\Delta x_{t-1} + k_t^q \hat{q}_t| \end{bmatrix}, t = 2, 3, \dots, T \quad (6.30)$$

Прецизности реконструкције у свакој тачки у временском интервалу мерења се одређује на основу апсолутне процентуалне грешке (Absolute Percentage Error – *APE*):

$$APE_t = 100 \times \left| \frac{\Delta x_t - \Delta\hat{x}_t}{\Delta x_t} \right|, t = 2, 3, \dots, T \quad (6.31)$$

где је:

- $\Delta x_t$  – праћено померање,
- $\Delta\hat{x}_t$  – прогнозирано (реконструисано) померање.

Средња вредност од  $APE_t$  позната је и као средња апсолутна процентуална грешка (Mean Absolute Percentage Error – *MAPE*).  $MAPE = \sum_{t=2}^T APE_t / (T - 1)$ . *MAPE* приказује

тачност реконструисања у свакој тачки у времену праћења померања и лингвистички се може описати и оценити као што је приказано у табели 6.1. (Montaño et al., 2013; Lewis, 1982).

Табела 6.1. Лингвистички опис прецизности модела (Montaño et al., 2013; Lewis, 1982)

Лингвистички опис	MAPE (%)
Висока прецизност	< 10
Добра прецизност	10-20
Прихватљива прецизност	20-50
Непрецизност	>50

### 6.1.2. ПРОГНОЗА ПОМЕРАЊА (ДЕФОРМАЦИЈА) ПОДГРАДЕ

Прогноза деформација заснива се на симулацији једначине (6.22) од  $T$  до  $T + h$ , где  $h$  представља број тачака у будућности. Фаза реконструкције временске серије завршава се у тренутку  $T$  када почиње фаза прогнозе. Како једначина (6.22) узима у обзир симулацију  $AGO$  серије, за будуће вредности  $AGO$  серије након  $T$  користимо једначину:

$$p_t^{(1)} = p_{t-1}^{(1)} + (b - ap_{t-1}^{(1)})\Delta t + N\left(0, \frac{\sigma^2}{\omega}\right), t = T + 1, T + 2, \dots, T + h \quad (6.32)$$

Симулацијом једначине (6.32) добијају се очекиване вредности за одређени тренутак у будућности  $AGO$  стохастичког процеса:

$$\begin{aligned} E_t^{AGO} &= \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S p_{t,s}^{(1)}, t = T + 1, T + 2, \dots, T + h; p_{t,s}^{(1)} \\ &= p_{t-1,s}^{(1)} + (b - ap_{t-1,s}^{(1)})\Delta t + N\left(0, \frac{\sigma^2}{\omega}\right), t \\ &= T + 1, T + 2, \dots, T + h; s = 1, 2, \dots, S \end{aligned} \quad (6.33)$$

Применом истог  $IAGO$  приступа, као и код претходне фазе реконструкције, добија се следећа прогнозирана серија:

$$\bar{Q}(t) = \{\bar{q}_t\}, t = T + 1, T + 2, \dots, T + h \quad (6.34)$$

Прогнозирана  $\bar{q}_t$  серија је такође ненегативног ( $NN$ ) стања. Превођење из ненегативног ( $NN$ ) у мешовито ( $MD$ ) стање врши се по обрасцу:

$$MD\bar{Q}(t) = \bar{k}_t^q \bar{q}_t, t = T + 1, T + 2, \dots, T + h, \bar{q}_t > 0 \quad (6.35)$$

Анализом претходне једначине (6.35) може се закључити да је неопходно прогнозирати и коефицијент трансформације серије  $K^q(t)$ . За прогнозирање коефицијента трансформације користи се ауторегресиони процес ( $AR$ ) оригиналне  $K^q(t) = \{k_t^q\}_{T \times 1}$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$  серије и добија се реконструисана серија:

$$\hat{K}^q(t) = \{\hat{k}_t^q\} = \beta_0^q + \beta_1^q k_{t-1}^q + \beta_2^q k_{t-2}^q + \dots + \beta_\rho^q k_{t-\rho}^q \quad (6.36)$$

Где  $\rho$  представља ред ауторегресионог процеса, а коефицијенти  $\beta_0^q, \beta_1^q, \beta_2^q, \dots, \beta_\rho^q$  линеарних комбинација су параметри  $AR$  процеса. Узимајући у обзир да коефицијент трансформације  $\hat{k}_t^q$  може да има само две вредности 1 или -1, користе се следећи услови да се дефинише серија:

$$\hat{K}^q(t) = \{\hat{k}_t^q\} = \begin{cases} 1, & \text{if } \hat{k}_t^q > 0 \\ -1, & \text{if } \hat{k}_t^q < 0 \end{cases}, t = \rho + 1, \rho + 2, \dots, T \quad (6.37)$$

Прецизност (AC) ауторегресионог  $AR(\rho)$  модела се рачуна на основу једначине:

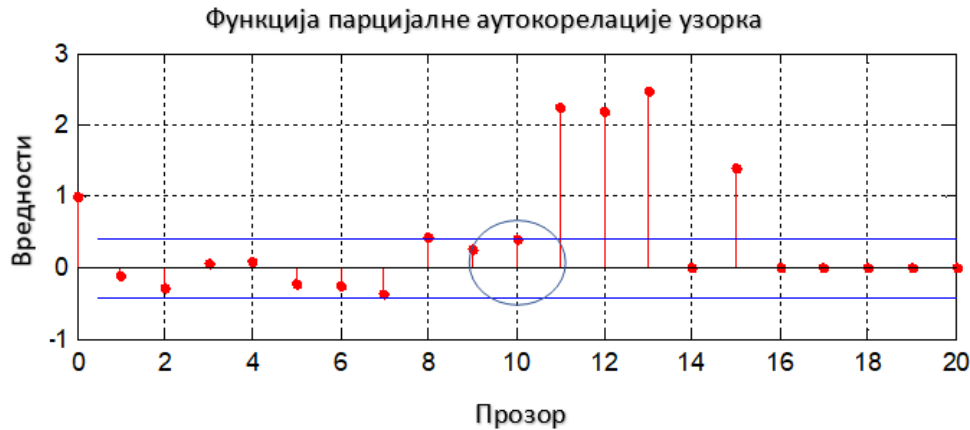
$$AC(\%) = 100 \times \frac{\sum_{t=\rho}^T n_t^{TRUE}}{T - \rho} \quad (6.38)$$

Где се  $n_t^{TRUE}$  додаје вредност 1 уколико је  $\hat{k}_t^q = k_t^q, t \in [\rho, T]$  а у супротном се додељује вредност 0. Да би се дефинисао ред ( $\rho$ ) ауторегресионог процеса ( $AR$ ) користи се модификована дужина прозора селекције за сингуларну спектралну анализу ( $SSA$ ). Опсег дужине прозора ( $L$ ) у сингуларној спектралној анализи ( $SSA$ ) креће се у границама  $2 \leq L \leq T/2$  (Khan et al., 2011; Wang et al., 2015; Hassani et al., 2011; Wooldridge, 2012). Модификовани приступ одређивању реда ( $\rho$ ) ауторегресионог процеса ( $AR$ ) је  $\rho \cong T/2 - w$ , где  $w$  представља број стања променљиве. Као што је већ поменуто, у овом случају постоје само два стања (-1) и (1), па се усваја  $w = 2$ . Даље следи да је  $\rho \cong T/2 - 2$ . Ради валидације овог приступа који није теоријски детаљно описан извршен је следећи тест. Узима се у обзир да постоји серија приказана у табели 6.2.

Табела 6.2. Временска серија са два стања

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1

Број опсервација износи  $T = 24$ , па ред ауторегресионог процеса на основу модификованог обрасца за усвајање дужине прозора  $L$  износи  $\rho \cong \frac{24}{2} - 2 = 10$ . Парцијална аутокорелациона функција ове временске серије приказана је на слици 6.5.



Слика 6.5 – Парцијална аутокорелациона функција временске серије са вредностима 1 и -1

У складу са модификованим приступом може се закључити да се дужина прозора 10 може користити као ред ауторегресионог процеса па је  $\rho = 10$ . Коефицијенти  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{10}$  приказани су у табели 6.3.

Табела 6.3. Коефицијенти  $AR(10)$  процеса

$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$	$\beta_9$	$\beta_{10}$
-0.3773	-0.0185	0.4000	0.8103	-0.4382	-1.0494	-1.0120	0.0386	0.8052	0.6421	0.4043

Реконструисана временска серија одговарајућих стања (образац 6.37) и прецизност модела приказани су у табели 6.4.

Табела 6.4. Реконструисана временска серија са одговарајућим стањима и прецизност модела

$t$	Реконструисана вредност	Реконструисано стање	Оригинално стање	Поређење	$n_t^{TRUE}$
11	0.6206	1	1	TRUE	1
12	-1.4927	-1	-1	TRUE	1
13	-0.4918	-1	-1	TRUE	1
14	0.2566	1	1	TRUE	1
15	-1.0000	-1	-1	TRUE	1
16	-0.5794	-1	-1	TRUE	1
17	0.8068	1	1	TRUE	1
18	0.6231	1	-1	FALSE	0
19	0.6360	1	1	TRUE	1
20	0.6927	1	1	TRUE	1
21	-0.1871	-1	1	FALSE	0
22	0.9356	1	1	TRUE	1
23	-0.1922	-1	-1	TRUE	1
24	-0.6283	-1	-1	TRUE	1
Прецизност: $100 \cdot \frac{12}{(24-10)} = 85,71\%$					$\sum = 12$

На претходном примеру је показано да предложени модификовани приступ за одређивање реда ауторегресионог процеса може да се користи за прогнозу будућих стања двозначне серије -1 и 1. Коришћењем једначина (6.36) и (6.37) након  $T$ , добија се прогнозирана временска серија  $\bar{K}^q(t), t = T + 1, T + 2, \dots, T + h$ . Прогноза померања (деформација) оригиналних ненегативних и негативних стања заснива се на једначини (6.29) где се  $k_t^q$  и  $\hat{q}_t$  замењују са  $\bar{k}_t^q$  и  $\bar{q}_t$ :

$$\Delta \bar{X}(t) = \{\Delta \bar{x}_t\}_{h \times 1} = \Delta \bar{x}_{t-1} + \bar{k}_t^q \bar{q}_t, t = T + 1, T + 2, \dots, T + h \quad (6.39)$$

Ауторегресиони модел се користи само у фази прогнозе не и у фази реконструкције.

За оригинална мешовита ( $MD$ ) стања временске серије, померања (деформације) подграде се прогнозирају применом обрасца (6.30) на следећи начин:

$$\Delta \bar{X}(t) = \{\Delta \bar{x}_t\}_{h \times 1} = \bar{k}_t | \Delta \bar{x}_{t-1} + \bar{k}_t^q \bar{q}_t |, t = T + 1, T + 2, \dots, T + h \quad (6.40)$$

Где је  $\bar{K}(t) = \{\bar{k}_t\}, t = T + 1, T + 2, \dots, T + h$  прогнозирани вектор трансформације за мешовито ( $MD$ ) стање (видети образац 6.7). Прогноза вектора  $\bar{K}(t)$  такође се врши ауторегресионим процесом  $AR(\rho)$  на исти начин као и за серију  $K^q(t)$ , видети обрасце (6.36) и (6.37). Модел за реконструкцију и прогнозу оригиналне серије мешовитог ( $MD$ ) стања приказан је у табели 6.5.

Табела 6.5. Модел за реконструкцију и прогнозу мешовитог стања серије

Фаза реконструкција							
$t$	$\Delta X(t)$	$K(t)$ $k_t \in [-1, 1]$ Јед.(7)	$\Delta(\Delta x_t)$ Јед.(10)	$\hat{Q}(t)$ Јед.(22;23; 24;26)	$K^q(t)$ $k_t^q \in [-1, 1]$ Јед.(28)	$\Delta \hat{X}(t)$ Јед.(30)	$APe_t$ Јед.(31)
1	$\Delta x_1$	$k_1$					
2	$\Delta x_2$	$k_2$	$q_1$	$q_1$	$k_1^q$	$k_2(\Delta x_1 + k_1^q q_1)$	$100 \times \left  \frac{\Delta x_2 - \Delta \hat{x}_2}{\Delta x_2} \right $
3	$\Delta x_3$	$k_3$	$q_2$	$\hat{q}_2$	$k_2^q$	$k_3(\Delta x_2 + k_2^q \hat{q}_2)$	$100 \times \left  \frac{\Delta x_3 - \Delta \hat{x}_3}{\Delta x_3} \right $
4	$\Delta x_4$	$k_4$	$q_3$	$\hat{q}_3$	$k_3^q$	$k_4(\Delta x_3 + k_3^q \hat{q}_3)$	$100 \times \left  \frac{\Delta x_4 - \Delta \hat{x}_4}{\Delta x_4} \right $
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$T-1$	$\Delta x_{T-1}$	$k_{T-1}$	$q_{T-2}$	$\hat{q}_{T-2}$	$k_{T-2}^q$	$k_{T-1}(\Delta x_{T-2} + k_{T-2}^q \hat{q}_{T-2})$	$100 \times \left  \frac{\Delta x_{T-1} - \Delta \hat{x}_{T-1}}{\Delta x_{T-1}} \right $
$T$	$\Delta x_T$	$k_T$	$q_{T-1}$	$\hat{q}_{T-1}$	$k_{T-1}^q$	$k_T(\Delta x_{T-1} + k_{T-1}^q \hat{q}_{T-1})$	$100 \times \left  \frac{\Delta x_T - \Delta \hat{x}_T}{\Delta x_T} \right $
Фаза прогнозе							
		$\bar{K}(t)$ $\bar{k}_t \in [-1, 1]$ Јед.(36,37)		$\bar{Q}(t)$ Јед.(22;23; 24;26)	$\bar{K}^q(t)$ $\bar{k}_t^q \in [-1, 1]$ Јед.(36,37)	$\Delta \bar{X}(t)$ Јед.(40)	
$T+1$	$\Delta \bar{x}_{T+1}$	$\bar{k}_{T+1}$		$\bar{q}_{T+1}$	$\bar{k}_{T+1}^q$	$\bar{k}_{T+1}  \Delta x_T + \bar{k}_{T+1}^q \bar{q}_{T+1} $	
$T+2$	$\bar{x}_{T+2}$	$\bar{k}_{T+2}$		$\bar{q}_{T+2}$	$\bar{k}_{T+2}^q$	$\bar{k}_{T+2}  \Delta \bar{x}_{T+1} + \bar{k}_{T+2}^q \bar{q}_{T+2} $	
$T+3$	$\bar{x}_{T+3}$	$\bar{k}_{T+3}$		$\bar{q}_{T+3}$	$\bar{k}_{T+3}^q$	$\bar{k}_{T+3}  \Delta \bar{x}_{T+2} + \bar{k}_{T+3}^q \bar{q}_{T+3} $	
$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	
$T+h$	$\bar{x}_{T+h}$	$\bar{k}_{T+h}$		$\bar{q}_{T+h}$	$\bar{k}_{T+h}^q$	$\bar{k}_{T+h}  \Delta \bar{x}_{T+h-1} + \bar{k}_{T+h}^q \bar{q}_{T+h} $	

\*за  $t = 1$  то  $t = T$  - фаза реконструкције; за  $t=T+1$  до  $T+h$  - фаза прогнозе: Једначина (6.5)

Модел реконструкције и прогнозе оригиналних ненегативних ( $NN$ ) и негативних ( $N$ ) стања временске серије је сличан али без ауторегресионог процеса  $AR(\rho)$  за  $K(t), k_t \in [-1, 1]$ . На исти начин као што је описано врши се и прогноза померања по у оси.

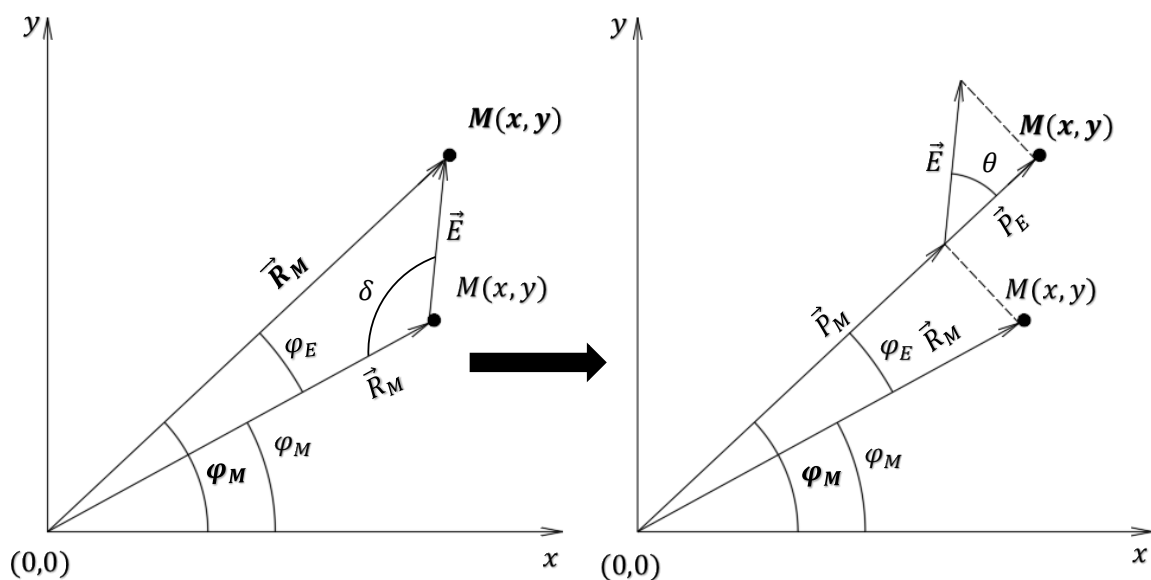
На крају, по једначинама (6.1) и (6.2) може се прогноzirати промена облика челичне лучне подграде по једначини:

$$\bigcup_{i=1}^N \bar{M}_i(\bar{x}_i, \bar{y}_i, t), t = T + 1, T + 2, \dots, T + h \quad (6.41)$$

### 6.1.3. ПРЕЦИЗНОСТ МОДЕЛА НА ОСНОВУ ГРЕШКЕ ПОЗИЦИЈЕ МАРКЕРА

Прецизност модела за реконструкцију, која је одређена преко средње процентуалне грешке у процентима, третира померања дуж  $x$  и  $y$  координата као две независне

једноканалне временске серије. Ипак овај приступ није одговарајућ у анализи прецизности модела на конкретном случају померања челичне лучне подграде јер је позиција маркера и њена удаљеност (блискост) између реконструисане/прогнозиране позиције и стварне позиције маркера од значаја за анализу. Сходно томе, анализираће се грешка позиције маркера коју су измерене и реконструисане/прогнозиране за оцену прецизности модела. Овакав приступ је оправдан у истраживаљина која се баве анализом процене грешке позиционирања у локалном позиционом систему (као што је и наш случај) (Lee et al., 2018; Zeng et al., 2016). На слици 6.6 приказани су принципи коришћени за одређивање грешке позиционирања.



Слика 6.6 – Грешка између измерене и прогнозиране позиције маркера

Терминологија са слике 6.6:

- $M(x, y)$  – праћена позиција маркера,
- $M(x, y)$  – прогнозирана позиција маркера,
- $\vec{R}_M$  – праћена позиција вектора положаја маркера,
- $\varphi_M$  – угао вектора праћене позиције маркера у односу на  $x$  осу,
- $\vec{R}_M$  – прогнозирана позиција вектора положаја маркера,
- $\varphi_M$  – угао вектора прогнозираног положаја маркера у односу на  $x$  осу,
- $\vec{E}$  – вектор грешке прогнозиране позиције маркера,
- $\varphi_E$  – угаона грешка прогнозираног вектора положаја,  $\varphi_M - \varphi_M$ ,
- $\delta$  – угао између прогнозираног вектора положаја и вектора грешке,
- $\theta$  – угао између вектора грешке и вектора праћене позиције маркера,  $180^\circ - (\varphi_E + \delta)$ ,
- $\vec{P}_M$  – пројекција прогнозираног вектора положаја на вектор положаја праћене позиције маркера,
- $\vec{P}_E$  – пројекција вектора грешке на вектор праћене позиције маркера.



Механизам који се користи за процену грешке уклапања се тиче тога колико је вектор једнак другом вектору у истом правцу. Жељени правац је правац праћеног вектора положаја маркера. На основу тога се рачуна пројекција прогнозираног вектора  $\vec{R}_M$  на праћени вектор  $\vec{R}_M$  по обрасцу:

$$\vec{P}_M = \text{proj}_{\vec{R}_M} \vec{R}_M = \frac{\vec{R}_M \cdot \vec{R}_M}{|\vec{R}_M|^2} \vec{R}_M = P_{M_x} \cdot \vec{i} + P_{M_y} \cdot \vec{j} \quad (6.42)$$

Где су  $\vec{i}$  и  $\vec{j}$  јединични вектори дуж  $x$  и  $y$  осе. Магнитуда вектора  $\vec{P}_M$  једнака је:

$$|\vec{P}_M| = \sqrt{(P_{M_x})^2 + (P_{M_y})^2} \quad (6.43)$$

Слично претходном, магнитуда вектора  $\vec{P}_E$  једнака је:

$$|\vec{P}_E| = \sqrt{(P_{E_x})^2 + (P_{E_y})^2} \quad (6.44)$$

Праћени вектор положаја маркера  $\vec{M}(x, y)$  може се представити као збир вектора  $\vec{R}_M$  и вектора  $\vec{E}$ , на пример, вектор  $\vec{R}_M$  представља резултанту ова два вектора:

$$\vec{R}_M = \vec{R}_M + \vec{E} \quad (6.45)$$

Вектор  $\vec{R}_M$  се такође може представити као резултанта следећа два вектора:

$$\vec{R}_M = \vec{P}_M + \vec{P}_E \quad (6.46)$$

Имајући у виду да следећа једначина не важи према неједнакости троугла:

$$|\vec{R}_M| + |\vec{E}| = |\vec{P}_M| + |\vec{P}_E| \quad (6.47)$$

У конкретном случају (Слика 6.6) неједнакост троугла је:

$$|\vec{R}_M| < |\vec{R}_M| + |\vec{E}| \quad (6.48)$$

Пројекција грешке вектора на праћени вектор положаја маркера може се одредити по једначини (6.46) на следећи начин:

$$\vec{P}_E = \vec{R}_M - \vec{P}_M \quad (6.49)$$

Вектори  $\vec{R}_M$ ,  $\vec{P}_M$ ,  $\vec{P}_E$  су колинеарни, пошто леже на истој линији што значи да је могуће извршити трансформацију једначине (6.49) из векторског у скаларни облик односно:

$$|\vec{P}_E| = |\vec{R}_M| - |\vec{P}_M| \quad (6.50)$$

Очигледно је да једначина (6.50) представља апсолутну грешку прогнозе позиције маркера. Апсолутна процентуална грешка прогнозиране позиције маркера се дефинише као:

$$\text{APE}(|\vec{P}_E|) = 100 \times \frac{||\vec{R}_M| - |\vec{P}_M||}{|\vec{R}_M|} \quad (6.51)$$

Тачност прогнозе у свакој тачки у времену праћења, обзиром на позицију маркера, процењује се по обрасцу:

$$\text{APE}(|\vec{P}_E|_t) = 100 \times \frac{||\vec{R}_M|_t - |\vec{P}_M|_t|}{|\vec{R}_M|_t}, t = 2, 3, \dots, T \quad (6.52)$$

Средња апсолутна процентуална грешка положаја маркера је:

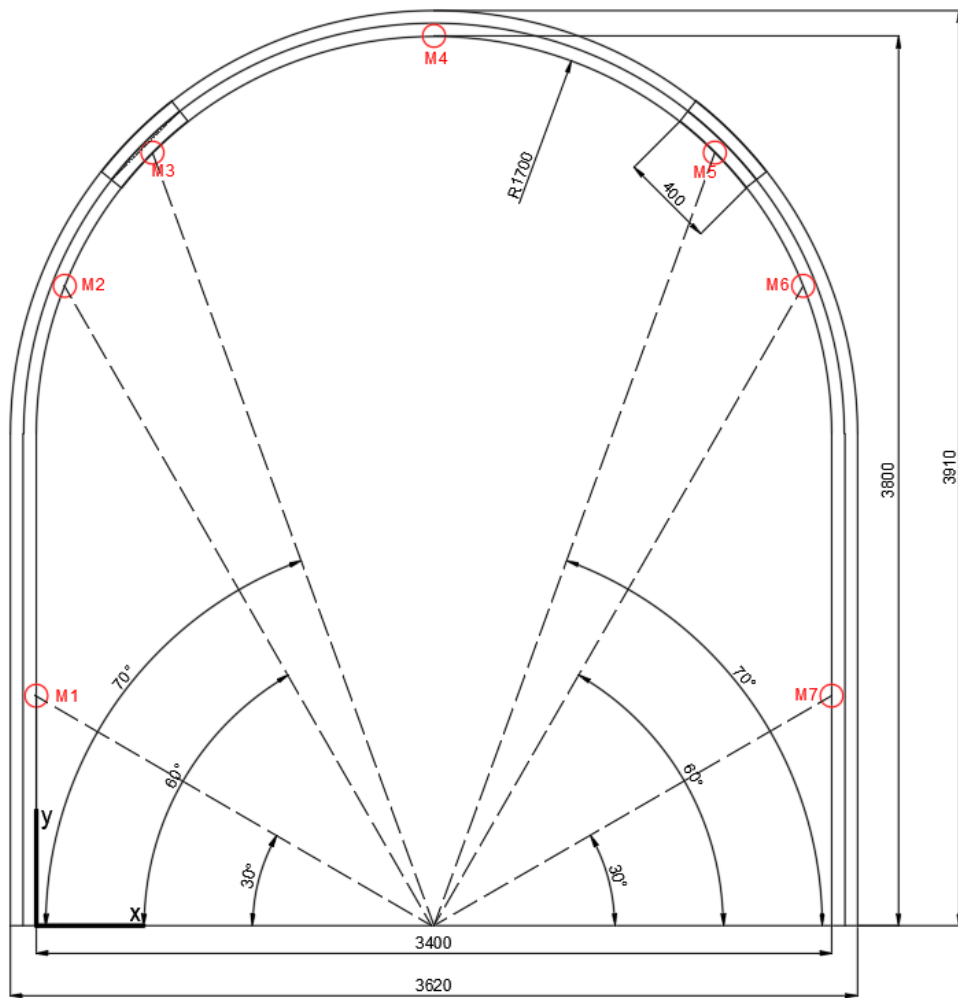
$$\text{MAPE}(|\vec{P}_E|_t) = \frac{\sum_{t=2}^T \text{APE}(|\vec{P}_E|_t)}{T - 1} \quad (6.53)$$

Пошто је тема истраживања промена облика челичне лучне подграде, неопходно је дефинисати грешку прогнозираног облика. Према једначини (6.2) и (6.51) грешка прогнозе облика подграде се одређује на следећи начин:

$$\text{MAPE}\left(\bigcup_{i=1}^N |\vec{P}_E|_{t,i}\right) = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=2}^T \text{APE}(|\vec{P}_E|_{t,i})}{N(T - 1)} \quad (6.54)$$

## 6.2. НУМЕРИЧКИ ПРИМЕР

За верификацију модела коришћени су хипотетички, генерисани, подаци мерења померања маркера дуж  $x$  и  $y$  осе. Период осматрања је тридесет (30) дана. Скуп података мерења подељен је у два подскупа, подскуп реконструкције и подскуп прогноза. Подскуп везан за фазу реконструкције обухвата измерене податке од првог до двадесетпетог дана (25 вредности) и тачност модела је унутар овог интервала проверена поређењем измерених вредности и реконструисаних вредности померања. Други подскуп који обухвата вредности од двадесет шестог дана до тридесетог дана (5 вредности) коришћен је за валидацију модела тако што су прогнозиране вредности упоређене са измереним вредностима унутар овог подскупа. Позиције седам маркера распоређених на унутрашњем ободу челичне лучне подградне конструкције (доња граница подграде) приказане су на слици 6.7.



Слика 6.7 – Челична лучна подграда са позицијама маркера

Координате маркера током периода праћења приказане су у табели 6.6. док су одговарајућа померања приказана у табели 6.7.

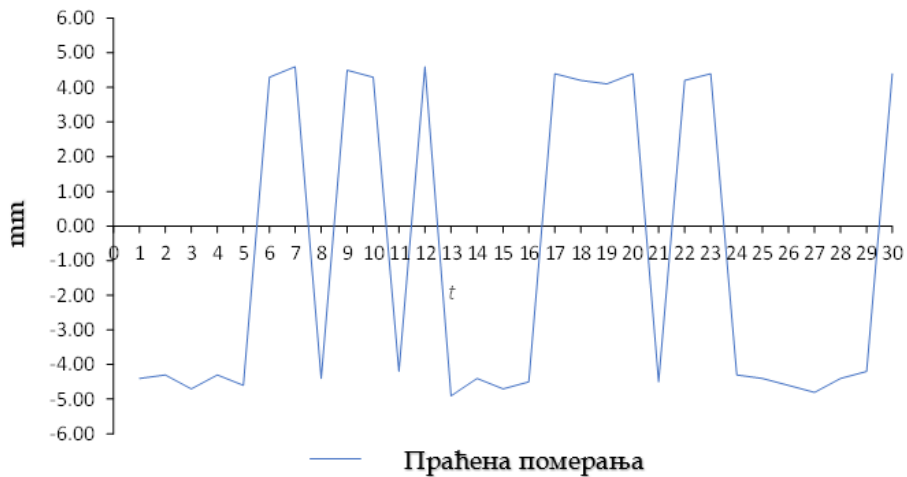
Табела 6.6. Измерене координате маркера

Дан	M1		M2		M3		M4		M5		M6		M7	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	0.0	981.0	122.0	2736.0	498.0	3302.0	1700.0	3800.0	2902.0	3302.0	3278.0	2733.0	3400.0	981.0
1	3.6	977.3	126.0	2732.1	502.3	3297.6	1695.6	3795.2	2897.5	3297.9	3274.0	2728.7	3396.4	977.6
2	7.1	973.5	130.2	2728.1	507.0	3293.4	1691.3	3790.9	2892.9	3293.4	3269.8	2724.9	3392.8	974.0
3	10.6	970.0	134.1	2724.2	511.3	3289.0	1686.6	3786.0	2888.7	3289.2	3265.9	2720.9	3389.3	970.7
4	14.0	966.3	138.1	2720.3	515.8	3284.6	1682.3	3781.4	2884.2	3285.1	3261.8	2717.0	3385.8	967.1
5	17.4	962.6	142.0	2716.2	520.1	3280.2	1677.7	3776.5	2880.0	3280.4	3257.9	2713.3	3382.2	963.6
6	20.8	958.9	146.1	2712.2	524.4	3275.7	1681.9	3772.0	2875.7	3276.1	3254.1	2709.3	3378.8	959.8
7	24.3	955.4	150.2	2707.9	529.0	3271.2	1686.5	3767.4	2871.2	3271.7	3250.3	2705.4	3375.4	956.2
8	27.6	951.6	154.3	2703.8	533.4	3267.1	1682.2	3763.0	2866.9	3267.2	3246.4	2701.5	3371.9	952.7
9	31.1	948.0	158.3	2699.6	537.8	3262.7	1686.7	3758.2	2862.6	3263.2	3242.7	2697.4	3368.3	949.1
10	34.7	944.2	162.4	2695.4	542.2	3258.2	1691.0	3753.4	2858.3	3258.6	3239.0	2693.8	3364.6	945.4
11	38.1	940.3	166.3	2691.4	546.6	3254.1	1686.8	3748.8	2853.8	3254.2	3235.2	2689.8	3361.2	941.7
12	41.7	936.5	170.5	2687.4	551.0	3249.7	1691.4	3744.3	2849.5	3249.9	3231.3	2685.8	3357.7	938.3
13	45.2	932.8	174.6	2683.4	555.1	3245.5	1686.5	3739.7	2845.1	3245.3	3227.4	2681.9	3354.3	934.8
14	48.5	929.2	178.6	2679.2	559.4	3241.1	1682.1	3734.8	2840.7	3241.1	3223.2	2677.9	3350.7	931.1
15	52.0	925.6	182.8	2675.1	563.7	3236.6	1677.4	3729.9	2836.4	3236.6	3219.3	2673.7	3347.1	927.6
16	55.5	921.9	186.5	2671.0	568.3	3232.2	1673.0	3725.0	2832.3	3232.3	3215.6	2669.6	3343.7	924.1
17	59.0	918.1	190.3	2667.3	572.6	3228.0	1677.3	3720.3	2827.9	3227.8	3211.5	2665.6	3340.0	920.5
18	62.5	914.4	194.2	2663.1	577.0	3223.6	1681.5	3715.3	2823.2	3223.3	3207.8	2661.6	3336.3	916.9
19	65.9	910.8	198.3	2659.1	581.4	3219.5	1685.7	3710.2	2818.8	3219.0	3204.1	2657.5	3332.7	913.5
20	69.4	907.2	202.4	2655.2	585.9	3215.2	1690.1	3705.5	2814.5	3214.5	3200.3	2653.6	3329.0	909.8
21	72.9	903.3	206.4	2650.9	590.5	3210.8	1685.6	3700.8	2810.3	3210.3	3196.7	2649.3	3325.4	906.4
22	76.5	899.5	210.6	2646.7	594.6	3206.5	1689.8	3696.0	2806.0	3205.7	3193.0	2645.1	3322.1	902.8
23	79.8	895.7	214.5	2642.6	599.0	3202.0	1694.2	3691.4	2801.4	3201.2	3189.0	2641.2	3318.8	899.2
24	83.2	892.0	218.5	2638.5	603.2	3197.5	1689.9	3686.4	2797.0	3196.6	3184.9	2637.4	3315.4	895.8
25	86.7	888.3	222.4	2634.4	607.7	3192.5	1685.5	3681.8	2792.7	3192.5	3180.8	2633.1	3311.9	892.2
26	90.2	884.6	226.4	2630.6	612.0	3188.4	1681.1	3677.4	2788.5	3188.1	3176.9	2628.9	3308.4	888.6
27	93.8	880.8	230.3	2626.9	616.4	3183.7	1676.3	3672.8	2784.5	3183.7	3173.2	2625.3	3304.9	885.0
28	97.1	877.0	234.4	2623.0	620.9	3179.3	1671.9	3668.0	2780.3	3179.4	3169.3	2621.2	3301.3	881.5
29	100.6	873.3	238.0	2618.9	625.3	3174.6	1667.6	3663.4	2775.9	3175.3	3165.2	2617.1	3297.8	878.1
30	104.3	869.5	241.9	2614.9	629.4	3170.2	1672.0	3658.7	2771.7	3171.2	3161.3	2613.2	3294.2	874.4

Табела 6.7. Померања маркера

Дан	M1		M2		M3		M4		M5		M6		M7	
	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$
1	3.6	-3.7	4.0	-3.9	4.3	-4.4	-4.4	-4.8	-4.5	-4.1	-4.0	-4.3	-3.6	-3.4
2	3.5	-3.6	4.1	-4.0	4.7	-4.2	-4.3	-4.3	-4.6	-4.4	-4.2	-3.9	-3.7	-3.5
3	3.6	-3.5	4.0	-3.9	4.3	-4.4	-4.7	-4.9	-4.2	-4.3	-3.9	-4.0	-3.5	-3.4
4	3.4	-3.7	4.1	-3.8	4.5	-4.3	-4.3	-4.6	-4.5	-4.1	-4.1	-3.9	-3.4	-3.6
5	3.5	-3.6	3.9	-4.2	4.3	-4.4	-4.6	-4.8	-4.1	-4.6	-3.9	-3.6	-3.6	-3.5
6	3.4	-3.7	4.1	-4.0	4.4	-4.6	4.3	-4.5	-4.3	-4.4	-3.8	-4.0	-3.4	-3.8
7	3.5	-3.5	4.2	-4.4	4.6	-4.4	4.6	-4.6	-4.6	-4.3	-4.0	-3.9	-3.3	-3.6
8	3.2	-3.7	4.1	-4.1	4.4	-4.2	-4.4	-4.4	-4.5	-4.5	-3.9	-4.0	-3.5	-3.5
9	3.5	-3.6	4.0	-4.2	4.5	-4.4	4.5	-4.8	-4.3	-4.1	-3.7	-4.1	-3.6	-3.6
10	3.6	-3.8	4.1	-4.1	4.4	-4.5	4.3	-4.7	-4.4	-4.5	-3.6	-3.6	-3.7	-3.7
11	3.4	-3.9	3.9	-4.0	4.3	-4.2	-4.2	-4.6	-4.5	-4.4	-3.8	-4.0	-3.4	-3.5
12	3.6	-3.8	4.2	-4.1	4.4	-4.3	4.6	-4.5	-4.3	-4.3	-3.9	-4.1	-3.5	-3.4
13	3.5	-3.7	4.1	-4.0	4.1	-4.2	-4.9	-4.6	-4.5	-4.6	-4.1	-3.9	-3.3	-3.6
14	3.4	-3.6	4.0	-4.2	4.4	-4.4	-4.4	-4.9	-4.4	-4.2	-4.2	-4.0	-3.6	-3.7
15	3.5	-3.5	4.2	-4.1	4.3	-4.5	-4.7	-5.0	-4.3	-4.5	-4.0	-4.3	-3.5	-3.5
16	3.6	-3.7	3.7	-4.0	4.5	-4.3	-4.5	-4.8	-4.1	-4.4	-3.7	-4.0	-3.4	-3.6
17	3.4	-3.9	3.8	-3.7	4.4	-4.2	4.4	-4.7	-4.4	-4.5	-4.1	-3.9	-3.7	-3.7
18	3.5	-3.7	4.0	-4.2	4.6	-4.4	4.2	-5.0	-4.6	-4.4	-3.6	-4.0	-3.6	-3.5
19	3.4	-3.6	4.1	-4.0	4.5	-4.1	4.1	-5.1	-4.4	-4.3	-3.7	-4.1	-3.7	-3.4
20	3.5	3.7	4.0	-4.2	4.4	-4.3	4.4	-4.7	-4.3	-4.5	-3.8	-4.0	-3.6	-3.7
21	3.4	-3.9	3.9	-4.3	4.6	-4.4	-4.5	-4.8	-4.2	-4.2	-3.7	-4.3	-3.5	-3.5
22	3.6	-3.8	4.3	-4.2	4.1	-4.3	4.2	-4.7	-4.4	-4.6	-3.9	-4.1	-3.4	-3.6
23	3.2	-3.9	3.9	-4.1	4.4	-4.5	4.4	-4.6	-4.6	-4.4	-4.0	-4.0	-3.3	-3.5
24	3.4	-3.7	4.0	-4.0	4.3	-4.6	-4.3	-5.0	-4.4	-4.6	-4.1	-3.8	-3.4	-3.4
25	3.5	-3.6	3.9	-3.9	4.4	-4.9	-4.4	-4.6	-4.3	-4.1	-4.0	-4.2	-3.6	-3.6
26	3.4	-3.8	4.0	-3.8	4.5	-4.1	-4.6	-4.5	-4.2	-4.4	-3.9	-3.8	-3.4	-3.5
27	3.6	-3.7	3.9	-3.7	4.3	-4.8	-4.8	-4.6	-4.1	-4.5	-3.7	-3.6	-3.5	-3.6
28	3.4	-3.9	4.0	-3.9	4.5	-4.4	-4.4	-4.8	-4.2	-4.3	-3.8	-4.1	-3.6	-3.5
29	3.5	-3.7	3.6	-4.1	4.4	-4.7	-4.2	-4.6	-4.4	-4.2	-4.1	-4.0	-3.5	-3.4
30	3.7	-3.8	3.9	-4.0	4.0	-4.4	4.4	-4.5	-4.2	-4.1	-3.9	-3.9	-3.6	-3.7

Да би се на нумеричком примеру приказао принцип рада модела користиће се временска серија података маркера M4 дуж  $x$  осе. На слици 6.8 је приказана су померања маркера M4 дуж  $x$  осе.

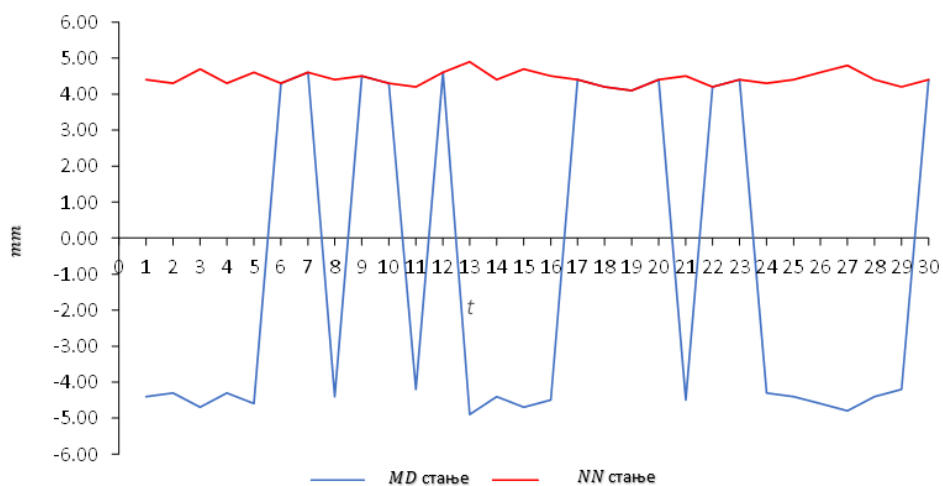


Слика 6.8 – Померања маркера  $M4$  дуж  $x$  осе

Упркос насумичности у серијама померања, увек постоји нека врста законитости. Са слике 6.8. се види да је серија померања веома сложена и да се не може сматрати регуларном. По једначини (6.6) ова временска серија припада серији мешовитог стања ( $MD$ ). Вектор коефицијента трансформације за мешовита ( $MD$ ) стања и превођење из мешовитог  $MD$  у ненегативно  $NN$  стање приказан је у табели 6.8. и на слици 6.9.

Табела 6.8. Трансформација из мешовитог  $MD$  у ненегативно  $NN$  стање

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
MD	-4.4	-4.3	-4.7	-4.3	-4.6	4.3	4.6	-4.4	4.5	4.3	-4.2	4.6	-4.9	-4.4	-4.7
K	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1
NN	4.4	4.3	4.7	4.3	4.6	4.3	4.6	4.4	4.5	4.3	4.2	4.6	4.9	4.4	4.7
$t$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
MD	-4.5	4.4	4.2	4.1	4.4	-4.5	4.2	4.4	-4.3	-4.4	-4.6	-4.8	-4.4	-4.2	4.4
K	-1	1	1	1	1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1
NN	4.5	4.4	4.2	4.1	4.4	4.5	4.2	4.4	4.3	4.4	4.6	4.8	4.4	4.2	4.4



Слика 6.9 – Трансформација из мешовитог  $MD$  у ненегативно  $NN$  стање серије

Првом диференцијацијом  $NN$  стања серије добија се стационарна временска серија приказана у табели 6.9. и на слици 6.10.

Табела 6.9. Прва диференцијација *NN* стања серије

<i>t</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Diff. NN		-0.1	0.4	-0.4	0.3	-0.3	0.3	-0.2	0.1	-0.2	-0.1	0.4	0.3	-0.5	0.3
<i>t</i>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Diff. NN	-0.2	-0.1	-0.2	-0.1	0.3	0.1	-0.3	0.2	-0.1	0.1	0.2	0.2	-0.4	-0.2	0.2

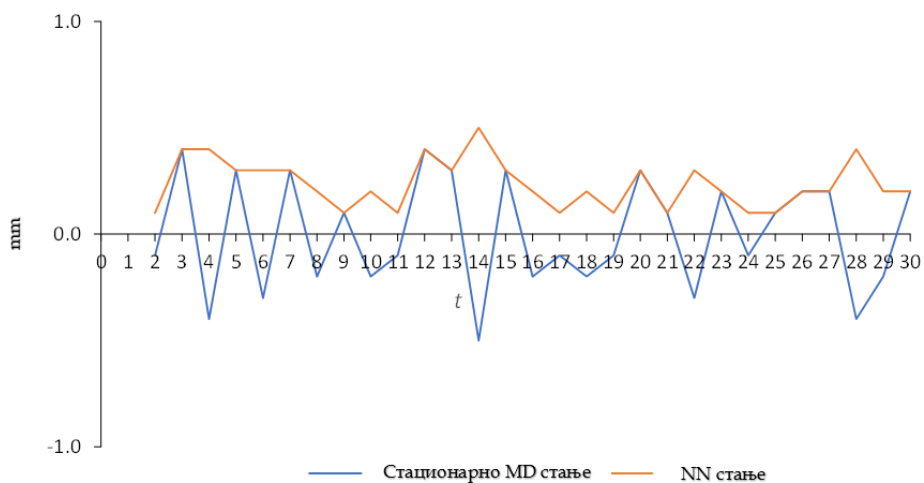


Слика 6.10 – Стационарна временска серија

Очигледно је да стационарна временска серија има мешовито *MD* стање па је неопходно да се изврши трансформација у ненегативно *NN* стање. Поступак превођења приказан је у табели 6.10. и на слици 6.11.

Табела 6.10. Трансформација из мешовитог *MD* у ненегативно *NN* стање

<i>t</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
MD		-0.1	0.4	-0.4	0.3	-0.3	0.3	-0.2	0.1	-0.2	-0.1	0.4	0.3	-0.5	0.3
K		-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
NN		0.1	0.4	0.4	0.3	0.3	0.3	0.2	0.1	0.2	0.1	0.4	0.3	0.5	0.3
<i>t</i>	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
MD	-0.2	-0.1	-0.2	-0.1	0.3	0.1	-0.3	0.2	-0.1	0.1	0.2	0.2	-0.4	-0.2	0.2
K	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1	1
NN	0.2	0.1	0.2	0.1	0.3	0.1	0.3	0.2	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	0.2	0.2

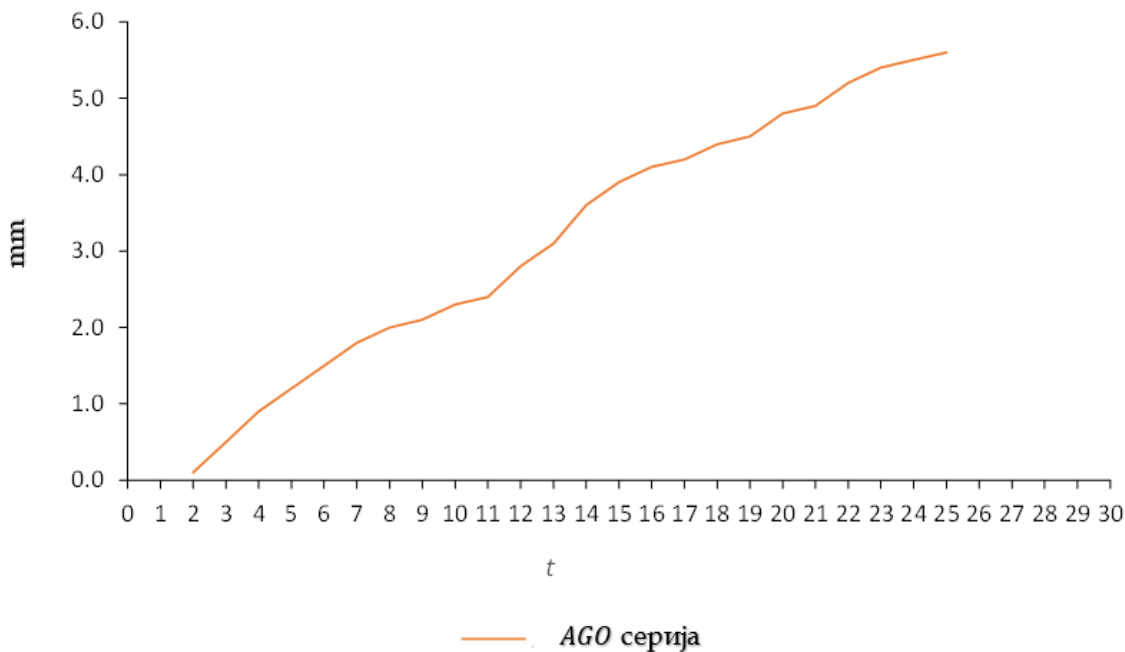


Слика 6.11 – Трансформација стационарне *MD* временске серије

Елементи трансформисаних стационарних серија се сада могу акумулирати, а резултат *AGO* процеса приказани су у табели 6.11. и на слици 6.12. Акумулација се врши за вредности од  $t = 2$  до  $t = 25$  (период калибрације, реконструкције).

Табела 6.11. *AGO* серија трансформисане стационарне серије

$t$	$P(t)$	$P^{(1)}(t)$	$t$	$P(t)$	$P^{(1)}(t)$
1			14	0.5	3.6
2	0.1	0.1	15	0.3	3.9
3	0.4	0.5	16	0.2	4.1
4	0.4	0.9	17	0.1	4.2
5	0.3	1.2	18	0.2	4.4
6	0.3	1.5	19	0.1	4.5
7	0.3	1.8	20	0.3	4.8
8	0.2	2.0	21	0.1	4.9
9	0.1	2.1	22	0.3	5.2
10	0.2	2.3	23	0.2	5.4
11	0.1	2.4	24	0.1	5.5
12	0.4	2.8	25	0.1	5.6
13	0.3	3.1			



Слика 6.12 – *AGO* операције за трансформисану стационарну серију (период калибрације)

Следеће матрице су коришћене за рачунање параметара  $a$  и  $b$  сивог система моделирања:



$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -0.30 & 1 \\ -0.70 & 1 \\ -1.05 & 1 \\ -1.35 & 1 \\ -1.65 & 1 \\ -1.90 & 1 \\ -2.05 & 1 \\ -2.20 & 1 \\ -2.35 & 1 \\ -2.60 & 1 \\ -2.95 & 1 \\ -3.35 & 1 \\ -3.75 & 1 \\ -4.00 & 1 \\ -4.15 & 1 \\ -4.30 & 1 \\ -4.45 & 1 \\ -4.65 & 1 \\ -4.85 & 1 \\ -5.05 & 1 \\ -5.30 & 1 \\ -5.45 & 1 \\ -5.55 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \\ 0.3 \\ 0.3 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.4 \\ 0.3 \\ 0.5 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.3 \\ 0.1 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \quad (6.55)$$

У складу са једначином (6.15), добијамо вредност  $a = 0.03454$  и  $b = 0.35021$ . Параметри сивог стохастичког процеса приказани су у табели 6.12.

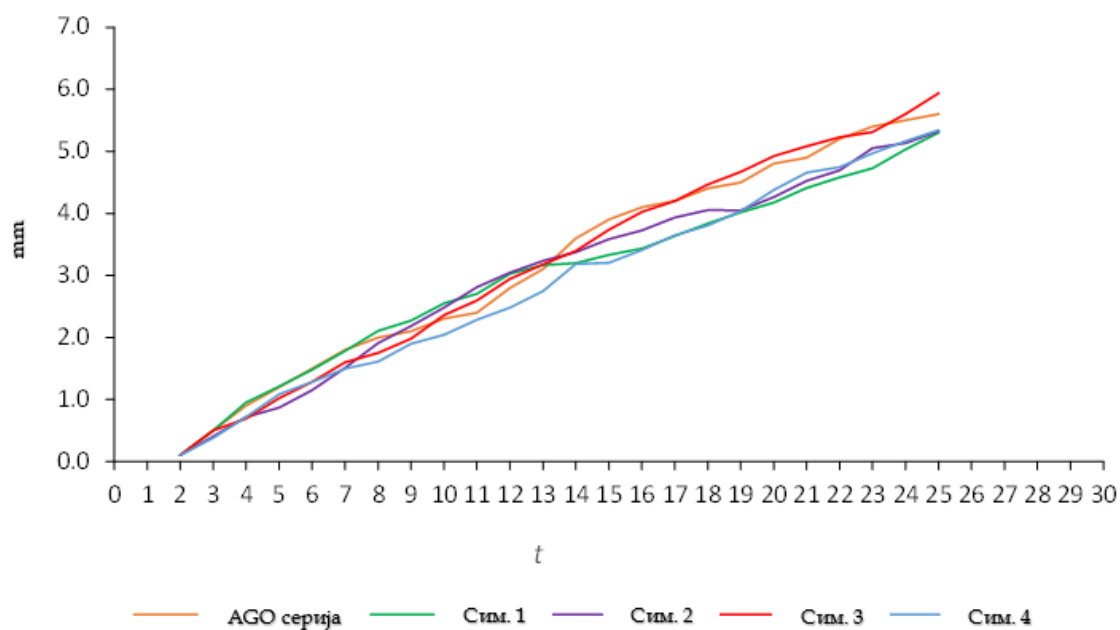
Табела 6.12. Параметри стохастичке AGO серије трансформисаних стационарних серија

Параметар	Вредност
Варијанса AGO серије ( $\sigma^2$ )	2.88
Време ( $T$ )	30 дана
Број корака ( $\varphi$ )	30
Временски корак $\Delta t$	1 дан
Дневна временска резолуција - коефицијент ( $\omega$ )	365
Браунов прираштај - $\Delta W_t = W_t - W_{t-1} \sim N\left(0, \frac{\sigma^2}{\omega}\right)$	$\sim N\left(0, \frac{2.88}{365}\right)$

Нумеричка апроксимација од  $p_t^{(1)}$  је заснована на следећој Euler-Maruyama дискретизацији:

$$p_t^{(1)} = p_{t-1}^{(1)} + \left(0.35021 - 0.03454 \cdot p_{t-1}^{(1)}\right) \cdot 1 + N\left(0, \frac{2.88}{365}\right), t = 2, 3, \dots, 25; p_2^{(1)} = 0.1 \quad (6.56)$$

На слици 6.13 приказане су симулације добијене једначином (6.56).

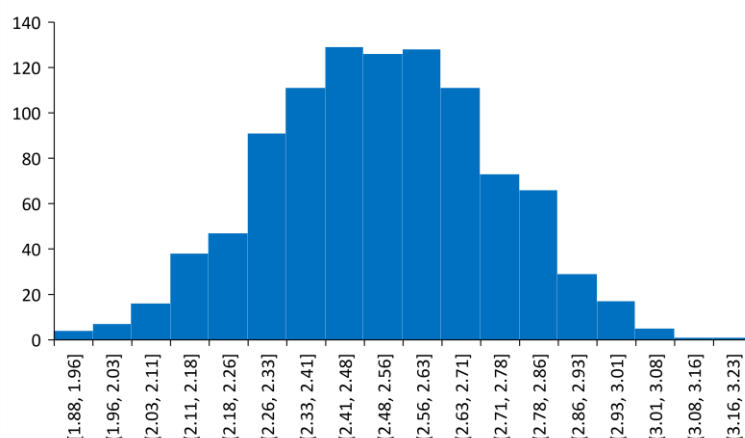


Слика 6.13 – Четири симулације *AGO* серије

Извршено је укупно 1000 симулација једначине (6.56). Након тих симулација очекиване *AGO* и *IAGO* вредности приказане су у табели 6.13. На слици 6.14 приказана је функција расподеле вероватноће *AGO* и *IAGO* серије за  $t = 10$ .

Табела 6.13. Очекиване *AGO* и одговарајуће *IAGO* вредности

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
E( <i>AGO</i> )		0.10	0.44	0.77	1.09	1.40	1.70	1.99	2.27	2.53	2.79	3.04	3.28	3.52	3.74
E( <i>IAGO</i> )		0.10	0.34	0.33	0.32	0.31	0.30	0.29	0.28	0.26	0.26	0.25	0.24	0.23	0.23
$t$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E( <i>AGO</i> )	3.96	4.17	4.37	4.57	4.75	4.94	5.11	5.28	5.45	5.61					
E( <i>IAGO</i> )	0.21	0.21	0.20	0.20	0.19	0.19	0.17	0.17	0.17	0.16					



Слика 6.14 – Функција расподеле вероватноће *AGO* и *IAGO* серије за  $t = 10$  (симулација *Euler-Maruyama* једначине)

Коришћењем обрасца (6.8) на очекиване *IAGO* исходе, добија се реконструисана прва диференцирана серија померања за  $t = 2, 3, \dots, 25$ ; видети табелу (6.14.).

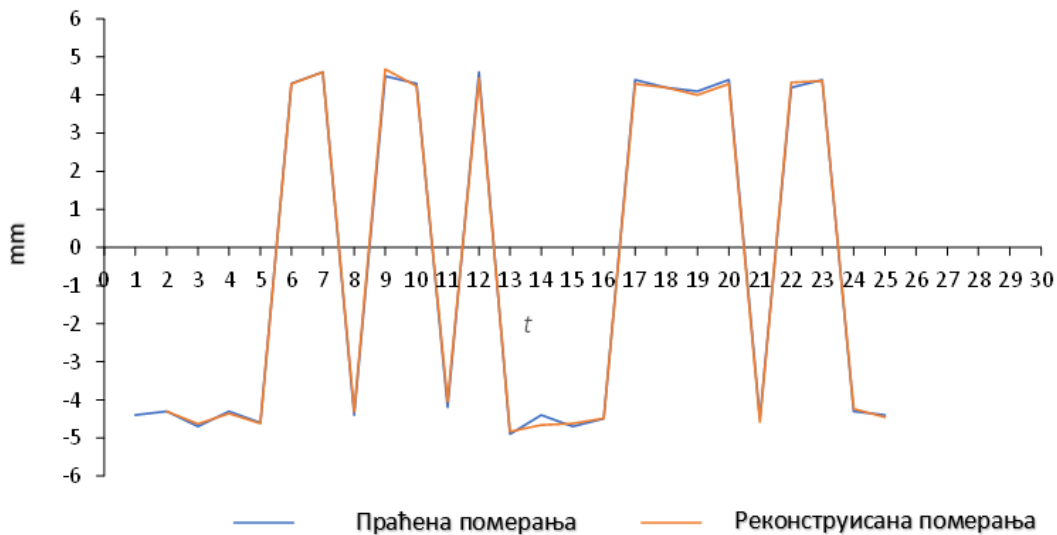
Табела 6.14. Реконструисана прва диференцијација серије померања

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
E(IAGO)		0.10	0.34	0.33	0.32	0.31	0.30	0.29	0.28	0.26	0.26	0.25	0.24	0.23	0.23
K		-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1
MD		-0.1	0.34	-0.33	0.32	-0.31	0.30	-0.29	0.28	-0.26	-0.26	0.25	0.24	-0.23	0.23
$t$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E(IAGO)	0.21	0.21	0.20	0.20	0.19	0.19	0.17	0.17	0.17	0.16					
K	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1					
MD	-0.21	-0.21	-0.20	-0.20	0.19	0.19	-0.17	0.17	-0.17	0.16					

Да би се добила реконструисана мешовита  $MD$  стања серије померања користи се једначина (6.30), а резултат са одговарајућом апсолутном процентуалном грешком приказан је у табели 16. и на слици 6.15.

Табела 6.15. Реконструисана померања и апсолутна процентуална грешка

$t$	Оригинална померања	Реконструисана померања	АРЕ (%)
1	-4.4		
2	-4.3	-4.30	
3	-4.7	-4.64	1.32
4	-4.3	-4.37	1.53
5	-4.6	-4.62	0.45
6	4.3	4.29	0.25
7	4.6	4.60	0.01
8	-4.4	-4.31	1.97
9	4.5	4.68	3.94
10	4.3	4.24	1.49
11	-4.2	-4.04	3.85
12	4.6	4.45	3.29
13	-4.9	-4.84	1.23
14	-4.4	-4.67	6.04
15	-4.7	-4.63	1.56
16	-4.5	-4.49	0.32
17	4.4	4.29	2.54
18	4.2	4.20	0.03
19	4.1	4.00	2.33
20	4.4	4.29	2.54
21	-4.5	-4.59	1.90
22	4.2	4.33	3.09
23	4.4	4.37	0.59
24	-4.3	-4.23	1.58
25	-4.4	-4.46	1.40



Слика 6.15 – Оригинална (праћена) и реконструисана померања маркера M4 дуж  $x$  осе

Средња апсолутна процентуална грешка ( $MAPE$ ) је 1,88% и у складу са табелом 6.1. реконструисани модел померања маркера M4 дуж  $x$  осе припада моделима са високом прецизношћу. Грешке у фази реконструкције за све маркере дуж обе координатне осе приказани су у табели 6.16.

Табела 6.16.  $MAPE$  за све маркере за период прогнозе  $t = 1, 2, \dots, 25$

	M1		M2		M3		M4		M5		M6		M7	
	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$	$x$	$y$
MAPE(%)	2.01	1.28	2.24	2.25	1.92	1.38	1.88	2.54	1.51	2.67	1.95	2.81	1.67	1.64

$MAPE$  модела је 1,98% што указује на то да се модел може користити за прогнозу будућих вредности померања маркера на подградној конструкцији.  $AGO$  серије након  $T = 25$  се прогнозирају симулацијом једначине (6.55) за  $t = 26, 27, 28, 29, 30$ ; а очекивани исходи  $AGO$  и одговарајућих  $IAGO$  серија приказани су у табели 6.17.

Табела 6.17. Очекивани  $AGO$  и  $IAGO$  исходи за  $t = 26, 27, 28, 29, 30$

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
E(AGO)		0.10	0.44	0.77	1.09	1.40	1.70	1.99	2.27	2.53	2.79	3.04	3.28	3.52	3.74
E(IAGO)		0.10	0.34	0.33	0.32	0.31	0.30	0.29	0.28	0.26	0.26	0.25	0.24	0.23	0.23
$t$	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E(AGO)	3.96	4.17	4.37	4.57	4.75	4.94	5.11	5.28	5.45	5.61	5.76	5.90	6.05	6.19	6.32
E(IAGO)	0.21	0.21	0.20	0.20	0.19	0.19	0.17	0.17	0.17	0.16	0.15	0.14	0.15	0.14	0.13

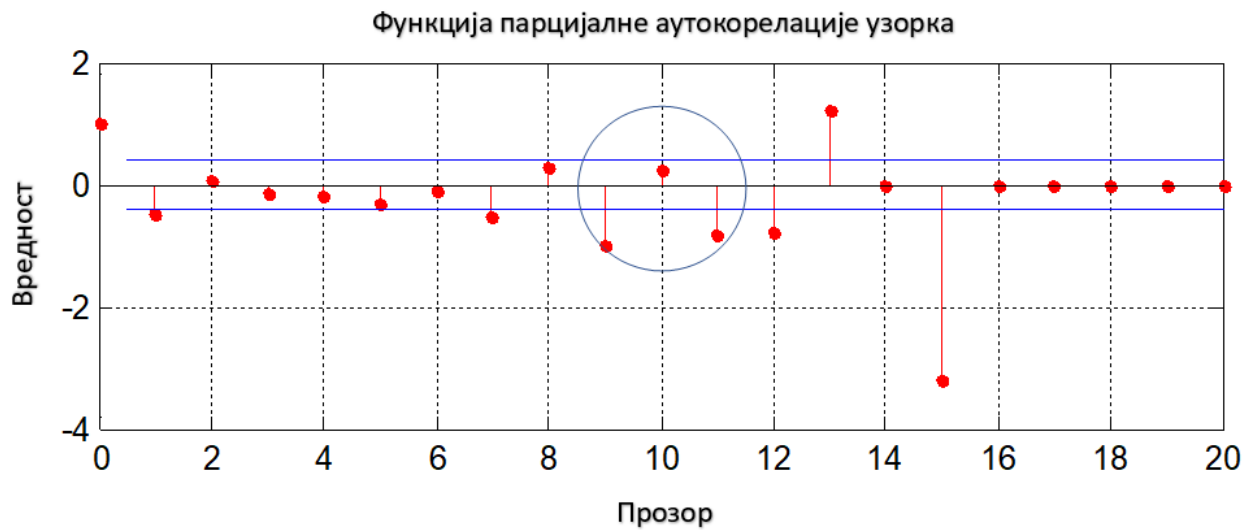
Применом обрасца (6.8) за прогнозни период, неопходно је извршити и прогнозу коефицијента трансформација серије  $K^q(t)$ . Временска серија са два стања прве диференцијације мерених података приказана је у табели 6.18.

Табела 6.18. Два стања временске серије маркера M4 дуж  $x$  осе – прва диференцијација

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	-	1	-	1	-	1	-	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1
	1		1		1		1																	

Ред ауторегресионог ( $AR$ ) процеса једнак је  $\rho \cong \frac{24}{2} - 2 = 10$ . График парцијалне аутокорелационе функције за временске серије два стања из табеле 6.18. приказан је

на слици 6.16. Параметри ауторегресионог ( $AR(10)$ ) процеса приказани су у табели 6.19.



Слика 6.16 – Парцијална аутокорелациона функција временске серије са вредностима 1 и -1 за прву диференцијацију померања ( $M4x$ )

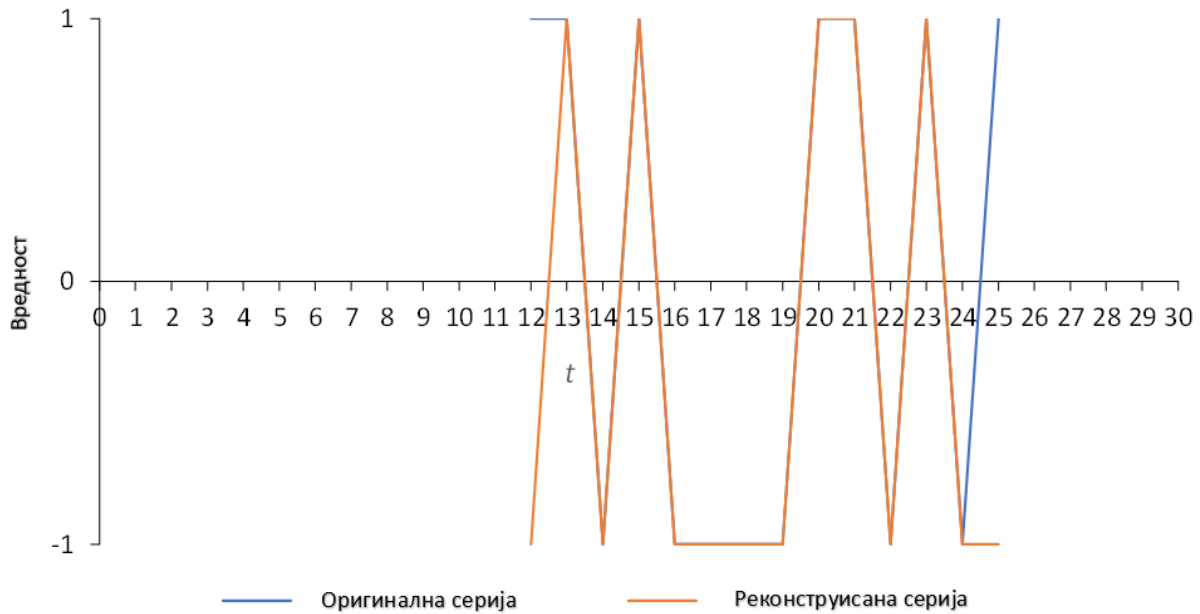
Табела 6.19. Кофицијенти ауторегресионог процеса  $AR(10)$  за  $M4x$  – прва диференцијација

$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$	$\beta_9$	$\beta_{10}$
-0.3102	0.4298	-0.6724	0.0797	-0.8761	0.1300	-0.3631	-0.4281	-0.1083	-0.9662	0.2305

Реконструисана временска серија маркера  $M4x$ , одговарајућа стања (видети једначину 37) и прецизност модела приказани су у табели 6.20. и на слици 6.17. У табели 6.21. приказана је тачност ауторегресионог  $AR(10)$  процеса за сваки маркер појединачно.

Табела 6.20. Реконструисана временска серија са одговарајућим стањима и прецизност модела маркера  $M4$  – прва диференцијација

$t$	Реконструисана вредност	Реконструисано стање	Оригинално стање	Поређење	$n_t^{TRUE}$
12	-0.1352	-1	1	FALSE	0
13	0.8596	1	1	TRUE	1
14	-0.7799	-1	-1	TRUE	1
15	0.5667	1	1	TRUE	1
16	-1.2877	-1	-1	TRUE	1
17	-0.3588	-1	-1	TRUE	1
18	-0.0052	-1	-1	TRUE	1
19	-0.6395	-1	-1	TRUE	1
20	1.4211	1	1	TRUE	1
21	0.2184	1	1	TRUE	1
22	-0.5789	-1	-1	TRUE	1
23	1.2929	1	1	TRUE	1
24	-0.4315	-1	-1	TRUE	1
25	-0.1421	-1	1	FALSE	0
Прецизност: $100 \cdot \frac{12}{(24-10)} = 85,71\%$					$\sum = 12$

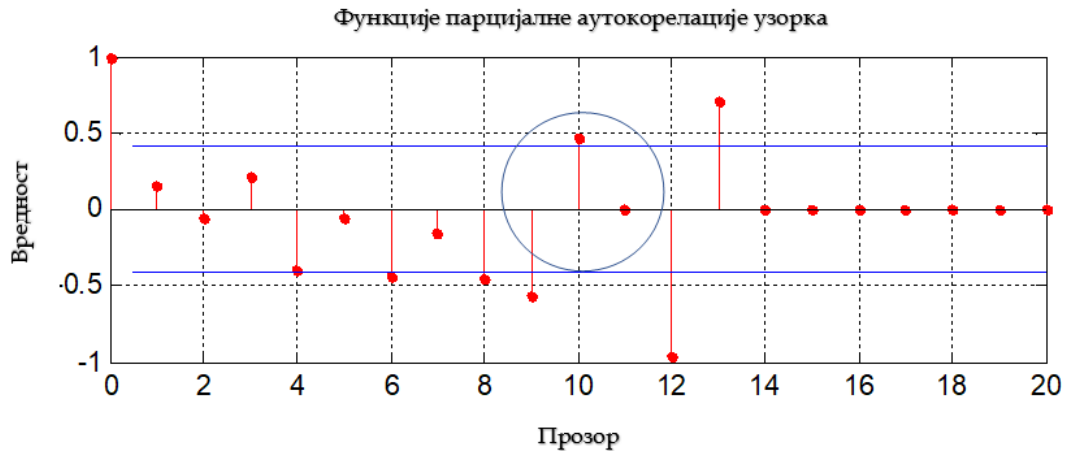


Слика 6.17 – Оригинална и реконструисана серија са два стања маркера M4x – прва диференцијација

Табела 6.21. Временска серија са два стања (1 и -1)

Дан	M1		M2		M3		M4		M5		M6		M7		
	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	
12	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	FALSE
13	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
14	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
15	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
16	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE
17	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
18	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
19	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE
20	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
21	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	FALSE
22	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
23	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
24	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
25	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
AC(%)	100	100	92.86	85.71	100	100	85.71	100	78.57	100	92.86	92.86	85.71	78.57	

Очекивана прецизност ауторегресионог  $AR(10)$  модела је 92.34%. Поред коефицијента трансформације  $K^q(t)$  који се односи на прву диференцијацију, оригинална серија померања маркера M4 дуж  $x$  осе такође се односи и на серију коефицијента трансформације  $K(t)$  (видети табелу 6.8.). Ред ауторегресионог процеса за серију  $K(t)$  једнак је  $\rho \cong \frac{25}{2} - 2 = 10.5$ , и усваја се вредност 10. Графикон парцијалне аутокорелационе функције за временску серију са два стања која је приказана у табели 6.8. дат је на слици 6.18. Параметри ауторегресионог  $AR(10)$  процеса, за  $K(t)$  серију дати су у табели 6.22.



Слика 6.18 – Парцијална аутокорељациона функција временске серије са вредностима 1 и -1 за оригинална померања

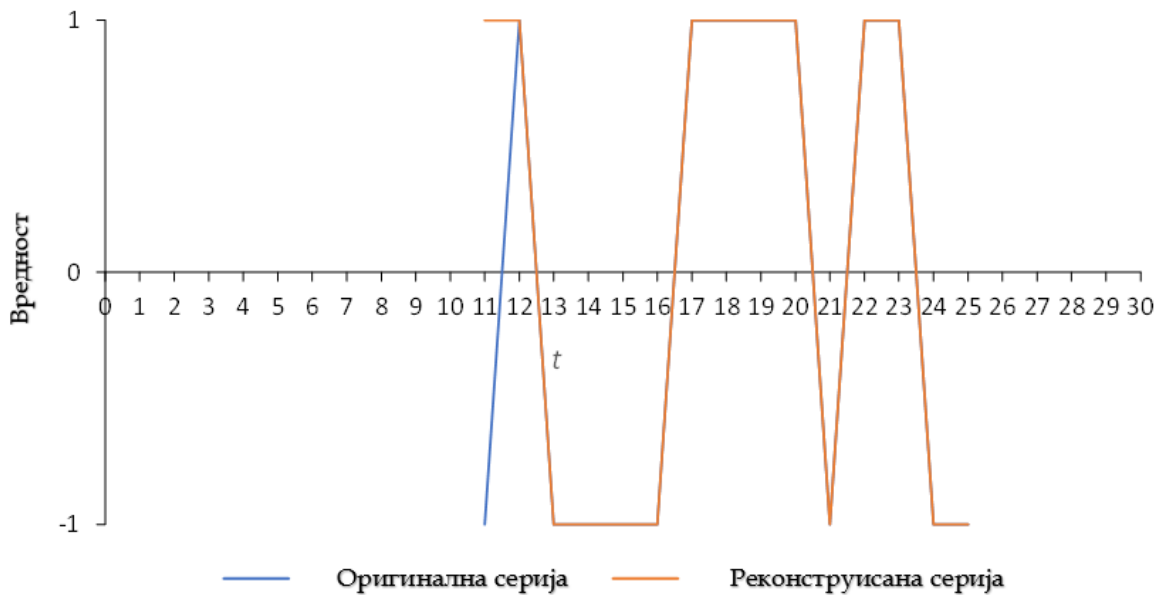
Табела 6.22. Коефицијенти ауторегресионог процеса AR(10) за M4x – оригинална померања

$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\beta_5$	$\beta_6$	$\beta_7$	$\beta_8$	$\beta_9$	$\beta_{10}$
-0.0543	0.1103	-0.2452	-0.1739	-0.6446	-0.0214	-0.0548	-0.4679	-0.3268	-0.4487	0.4630

Реконструисана временска серија оригиналних померања маркера M4 дуж  $x$  осе, одговарајућа стања (једначина 6.37) и прецизност модела приказани су у табели 6.23. и на слици 6.19.

Табела 6.23. Реконструисана временска серија са одговарајућим стањима и прецизност модела за маркер M4 дуж  $x$  осе

$t$	Реконструисана вредност	Реконструисано стање	Оригинално стање	Поређење	$n_t^{TRUE}$
11	0.1540	1	-1	FALSE	0
12	0.7652	1	1	TRUE	1
13	-0.7061	-1	-1	TRUE	1
14	-1.6561	-1	-1	TRUE	1
15	-0.2955	-1	-1	TRUE	1
16	-0.5505	-1	-1	TRUE	1
17	1.0495	1	1	TRUE	1
18	0.3156	1	1	TRUE	1
19	0.5788	1	1	TRUE	1
20	1.4106	1	1	TRUE	1
21	-1.0484	-1	-1	TRUE	1
22	0.5116	1	1	TRUE	1
23	0.1869	1	1	TRUE	1
24	-0.8914	-1	-1	TRUE	1
25	-0.8242	-1	-1	TRUE	1
Прецизност: $100 \cdot \frac{14}{(25-10)} = 93,33\%$					$\sum = 14$



Слика 6.19 – Оригинална и реконструисана серија са два стања маркера M4x – оригинална серија

Прецизност модела за прогнозу серије са два стања маркера M4x, коришћењем ауторегресионог AR(10) процеса приказана је у табели 6.24.

Табела 6.24. Прогноза прве диференцијације и осматране серије са два стања маркера M4x

$t$	Прва диференцијација				Осматране вредности			
	Оригинално стање	Прогнозирано стање	Поређење	$n_t^{TRUE}$	Оригинално стање	Прогнозирано стање	Поређење	$n_t^{TRUE}$
26	1	1	TRUE	1	-1	-1	TRUE	1
27	1	-1	FALSE	0	-1	-1	TRUE	1
28	-1	-1	TRUE	1	-1	1	FALSE	0
29	-1	-1	TRUE	1	-1	1	FALSE	0
30	1	-1	FALSE	0	1	1	TRUE	1
Прецизност: $100 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = 60\%$					Прецизност: $100 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = 60\%$			

Лингвистички се прецизност ауторегресионог  $AR(\rho)$  модела са два стања може оценити у складу са табелом 6.25.

Табела 6.25. Лингвистички опис прецизности модела за серије са два стања

Лингвистички опис прецизности	Прецизност AC (%)
Висока прецизност	(75-100]
Добра прецизност	(50-75]
Прихватљива прецизност	(25-50]
Непрецизност	$\leq 25$

Прецизност прогнозираних серија са два стања за све маркере – прва диференцијација, приказана је у табели 6.26.



Табела 6.26. Два стања серије (1 and -1)

Дан	M1		M2		M3		M4		M5		M6		M7	
	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$
26	TRUE	TRUE	FALSE	FALSE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	FALSE	FALSE	FALSE	FALSE
27	TRUE	FALSE	TRUE	FALSE	FALSE	FALSE	FALSE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE
28	TRUE	FALSE	FALSE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	FALSE	FALSE	TRUE	FALSE
29	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
30	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	FALSE	FALSE	TRUE	TRUE	FALSE	TRUE	FALSE	FALSE
AC(%)	100	60	40	60	20	80	60	60	80	60	40	60	60	20

Очекивана прецизност ауторегресионог  $AR(10)$  модела, за прву диференцијацију износи 57.14%. У складу са табелом 6.23. и табелом 6.22. може се рећи да модел има добру прецизност и да се може користити за прогнозу прве диференцијације временске серије са два стања (-1 и 1). Исходи прогнозе, након  $t = 25$ , за померања маркера M4 дуж  $x$  осе приказани су у табели 6.27.

Табела 6.27. Прогноза померања маркера M4 дуж  $x$  осе

$t$	$\Delta X(t)$	$\bar{K}(t)$ $\bar{k}_t \in [-1, 1]$ Јед.(36,37)	$\bar{Q}(t)$ Јед.(22;23; 24;26)	$\bar{K}^q(t)$ $\bar{k}_t^q \in [-1, 1]$ Јед.(36,37)	$\Delta \bar{X}(t)$ Јед.(40)	Праћена померања	APE(%)
26	$\Delta \bar{x}_{26}$	-1	0.15	1	$-1 \cdot  -4.4 + 1 \cdot 0.15 $ $= -4.25$	-4.6	7.60
27	$\Delta \bar{x}_{27}$	-1	0.14	-1	$-1 \cdot  -4.25 - 1 \cdot 0.14 $ $= -4.39$	-4.8	8.54
28	$\Delta \bar{x}_{28}$	1	0.15	-1	$1 \cdot  -4.39 - 1 \cdot 0.15  = 4.54$	-4.4	203.18
29	$\Delta \bar{x}_{29}$	1	0.14	-1	$1 \cdot  4.54 - 1 \cdot 0.14  = 4.40$	-4.2	204.76
30	$\Delta \bar{x}_{30}$	1	0.13	-1	$1 \cdot  4.40 - 1 \cdot 0.13  = 4.27$	4.4	2.95

Средња апсолутна процентуална грешка износи 85.41%. Уколико модел погрешно само једно стање, грешка прогнозе се драстично повећава. У табели 6.28. приказане су прогнозе померања свих маркера са одговарајућом грешком.

Табела 6.28. Прогноза померања свих маркера

Дан	M1		M2		M3		M4		M5		M6		M7	
	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$
26	3.33	-3.73	3.68	3.68	4.22	-4.72	-4.25	-4.42	-4.18	-3.83	-4.16	-4.41	-3.73	-3.75
27	3.50	-3.87	3.46	3.46	4.40	-4.53	-4.39	-4.59	-4.29	-4.10	-4.00	-4.20	-3.86	-3.60
28	3.33	-3.73	3.23	3.23	4.22	-4.35	-4.54	-4.43	-4.40	-3.83	-3.84	-3.99	-3.98	-3.75
29	3.50	-3.60	3.47	3.47	4.04	-4.54	4.40	-4.27	-4.51	-4.11	-4.00	-3.78	-3.86	-3.60
30	3.68	-3.73	3.71	3.71	4.22	-4.35	4.27	-4.43	-4.40	-3.84	-4.16	-3.57	-3.74	-3.45
MAPE(%)	1.53	3.04	9.70	9.46	5.71	5.23	85.41	3.80	3.36	8.38	5.05	9.76	8.74	5.39

MAPE модела за прогнозу износи 11.75% и модел припада класи добре прецизности (видети табелу 6.1.) чак и са грешком код маркера M4x која износи 85.41%. У хипотетичком случају да модел погрешно сва стања за маркер M4x MAPE тог маркера би био 197.84%, а MAPE модела прогнозе би у том случају износио 19.78%.

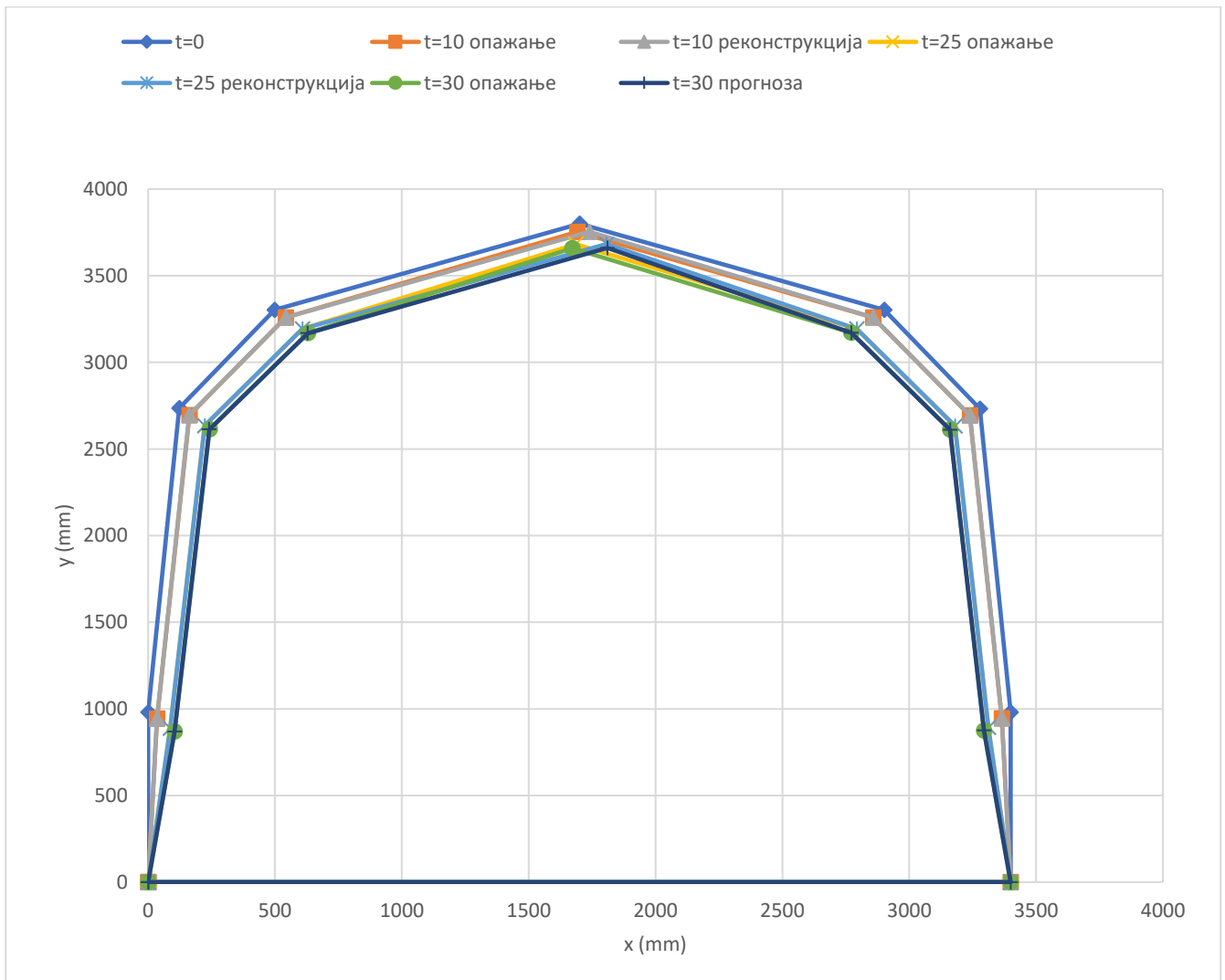
Примена APE за оцену ефикасности модела, само у контексту временске серије је веома ригидан приступ узевши у обзир окружење прогнозе померања маркера. Са

гlediшта рударског инжењерства, прогноза положаја маркера представља жељени циљ. Сходно томе средња апсолутна процентуална грешка позиције маркера је далеко бољи приступ за оцену модела прогнозе. У табели 6.29. приказане су координате маркера добијене прогнозом за  $t = 25, 26, \dots, 30$  (фаза прогнозе-верификације).

Табела 6.29. Прогноза координата маркера (фаза прогнозе-верификације)

Дан	M1		M2		M3		M4		M5		M6		M7	
	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta x$	$\Delta y$
26	90.5	885.3	226.3	2631.5	612.4	3187.7	1797.3	3678.0	2788.2	3189.7	3175.8	2628.7	3308.9	888.7
27	94.0	881.4	229.8	2627.3	616.8	3183.2	1792.9	3673.4	2783.9	3185.6	3171.8	2624.5	3305.0	885.0
28	97.3	877.6	233.0	2623.0	621.1	3178.8	1797.4	3669.0	2779.5	3181.7	3168.0	2620.5	3301.0	881.3
29	100.8	874.0	236.5	2618.5	625.1	3174.3	1801.8	3664.7	2775.0	3177.6	3164.0	2616.7	3297.2	877.7
30	104.5	870.3	240.2	2614.2	629.3	3170.0	1806.1	3660.3	2770.6	3173.7	3159.9	2613.1	3293.5	874.2

Упоредни приказ полигонског облика челичне лучне подграде (опажан, реконструисан и прогнозиран) приказан је на слици 6.20.



Слика 6.20 – Облик челичне лучне подграде за  $t = 0, 10, 25, 30$  (опажање, реконструкција, прогноза)

Рачунање прецизности модела, заснована на грешци позиције маркера описано је у корацима за маркер М4 за  $t = 10$ :

Корак 1: улазни подаци:

- Мерена позиција маркера М4, дефинисана координатама је  $M(x, y) = (1691.0, 3753.4)$ ,
- Реконструисана позиција маркера М4, дефинисана координатама је  $M(x, y) = (1735.7, 3754.0)$ ,
- Мерени вектор позиције маркера М4 је  $\vec{R}_M = 1691.0\vec{i} + 3753.4\vec{j}$ ,
- Реконструисани вектор позиције маркера М4 је  $\vec{R}_M = 1735.7\vec{i} + 3754.0\vec{j}$ .

Корак 2: пројекција реконструисаног вектора позиције на мерени вектор позиције:

$$\vec{P}_M = \text{proj}_{\vec{R}_M} \vec{R}_M = \frac{1691.0 \cdot 1735.7 + 3753.4 \cdot 3754.0}{\sqrt{1691.0^2 + 3753.4^2} \cdot \sqrt{1691.0^2 + 3753.4^2}} \cdot (1691.0, 3753.4) = 1698.8\vec{i} + 3770.6\vec{j} \quad (6.57)$$

Корак 3: магнитуда вектора  $\vec{R}_M$  и  $\vec{P}_M$

$$\begin{aligned} |\vec{R}_M| &= 4116.7 \\ |\vec{P}_M| &= 4135.6 \end{aligned} \quad (6.58)$$

Корак 4: апсолутна процентуална грешка позиције маркера

$$\text{APE}(|\vec{P}_E|_{t=10}) = 100 \times \frac{|4116.7 - 4135.6|}{4116.7} = 0.459\% \quad (6.59)$$

Применом исте рачунице на свим маркерима добијају се грешке приказане у табели 6.30.

Табела 6.30. Грешке позиције маркера

MAPE(%)							
Phase	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7
Fitting	0.064	0.023	0.003	0.677	0.007	0.010	0.010
Forecasting	0.081	0.021	0.013	1.314	0.027	0.031	0.013

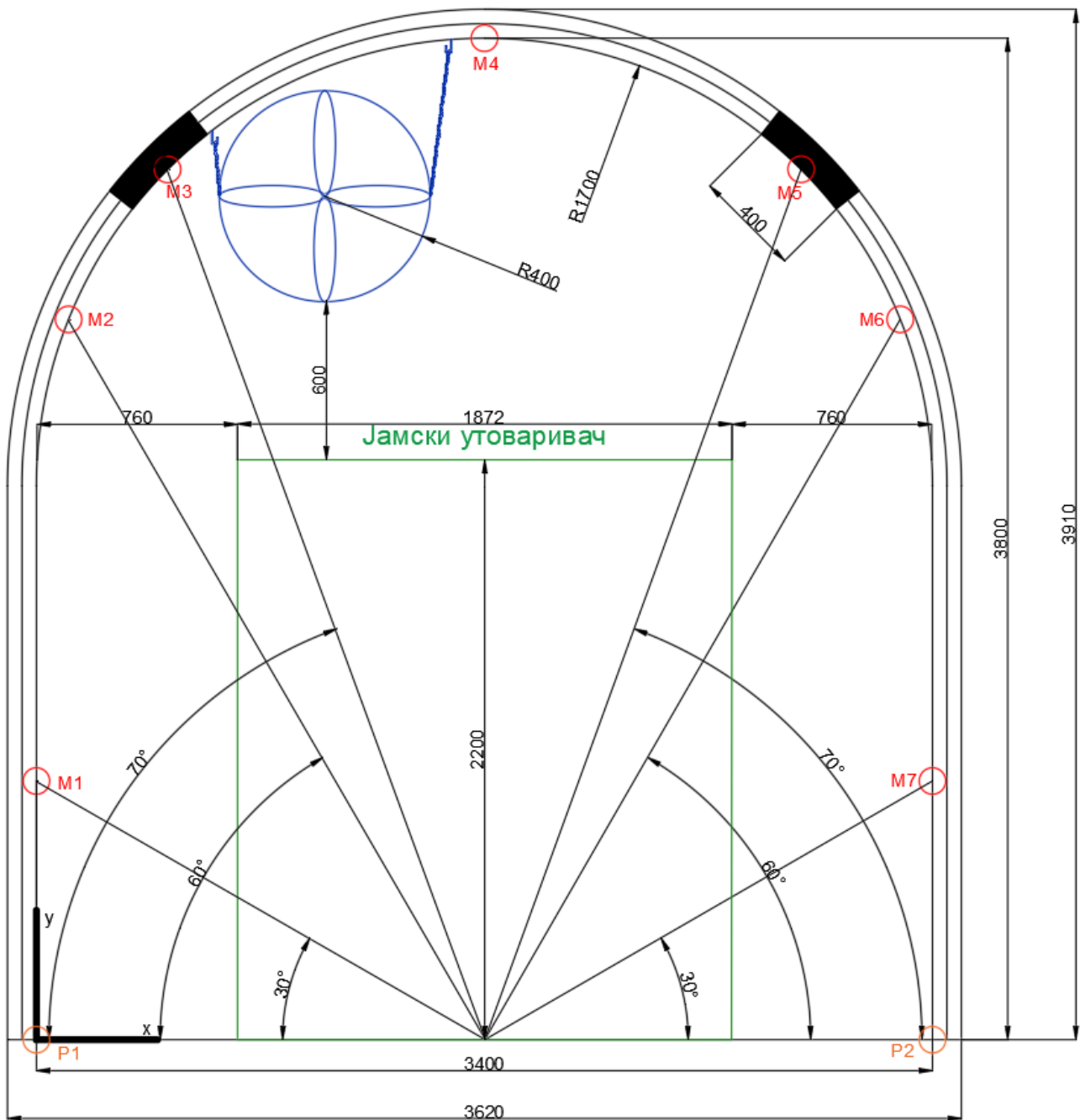
Средња апсолутна процентуална грешка (MAPE) модела реконструкције је 0,113% а прогнозе је 0,2143%.

### 6.3. СТРАТЕШКО ПЛАНИРАЊЕ ФУНКЦИОНАЛНОСТИ ПОДЗЕМНЕ ПРОСТОРИЈЕ

На основу претходно описаног модела у поглављу 6.2. могуће је извршити прецизну прогнозу померања – деформације подградне конструкције у подземним просторијама. Применом одговарајуће методе рударских мерења обезбеђују се улазни подаци о деформацијама подграде. Коришћењем теорије сивих стохастичких и ауторегресионих процеса и њиховом симулацијом добијају се будућа стања подградне конструкције у жељеном временском интервалу. Са познатим будућим позицијама маркера постављених на челичној лучној подградној конструкцији (или било којој другој подгради или зиду подземне просторије) могуће је одредити тренутак када ће доћи до смањења димензија попречног пресека подземне просторије у таквој мери да ће оне бити мање од законски прописаних.

Уколико сигурносна растојања од најгабаритније опреме или запосленог особља до подграде или инсталација буду мања од прописаних и даље је са оперативног аспекта могуће наставити рад, мада те ситуације треба избегавати. У таквој ситуацији потребно је привремено забранити кретање запосленог особља просторијом. Ако је кретање људи у просторији било дозвољено паралелно са механизацијом, ова ситуација отежава организацију рада у јами. Тотални губитак функционалности настаје када и механизација не може да се креће просторијом. Тада се обавезно мора извршити санација подземне просторије и извести додатни рударски радови у циљу враћања димензија подземне просторије на пројектовано стање. Поступак санације је веома сложен јер се прво мора уклонити подградна конструкција на деоници која се санира и након „дораве“ димензија попречног пресека поново се мора извршити подграђивање. Овај поступак, поред тога што је организационо сложен и физички захтеван, захтева доста времена и инвестиционог улагања. У највећој мери, брзина извођења радова на санацији зависи од степена механизованости радног процеса и организације израде просторија у руднику.

На слици 6.21 приказане су димензије подземне просторије са диспозицијом опреме и позицијама маркера за праћење деформација подградне конструкције и помоћним полигонским тачкама.



Слика 6.21 – Димензије попречног пресека подземне просторије

Са слике 7.1 и према датим димензијама подземна просторија пројектована је тако да по техничко-сигурносним прописима није предвиђен пролаз људи у току кретања дизел механизације. У таквим ситуацијама неопходно је да се на одговарајућем растојању ураде нише, проширења у боку просторије за склањање запосленог особља приликом проласка дизел механизације. Почетна, пројектована, слободна површина попречног пресека  $A_0 = 11,68m^2$ .

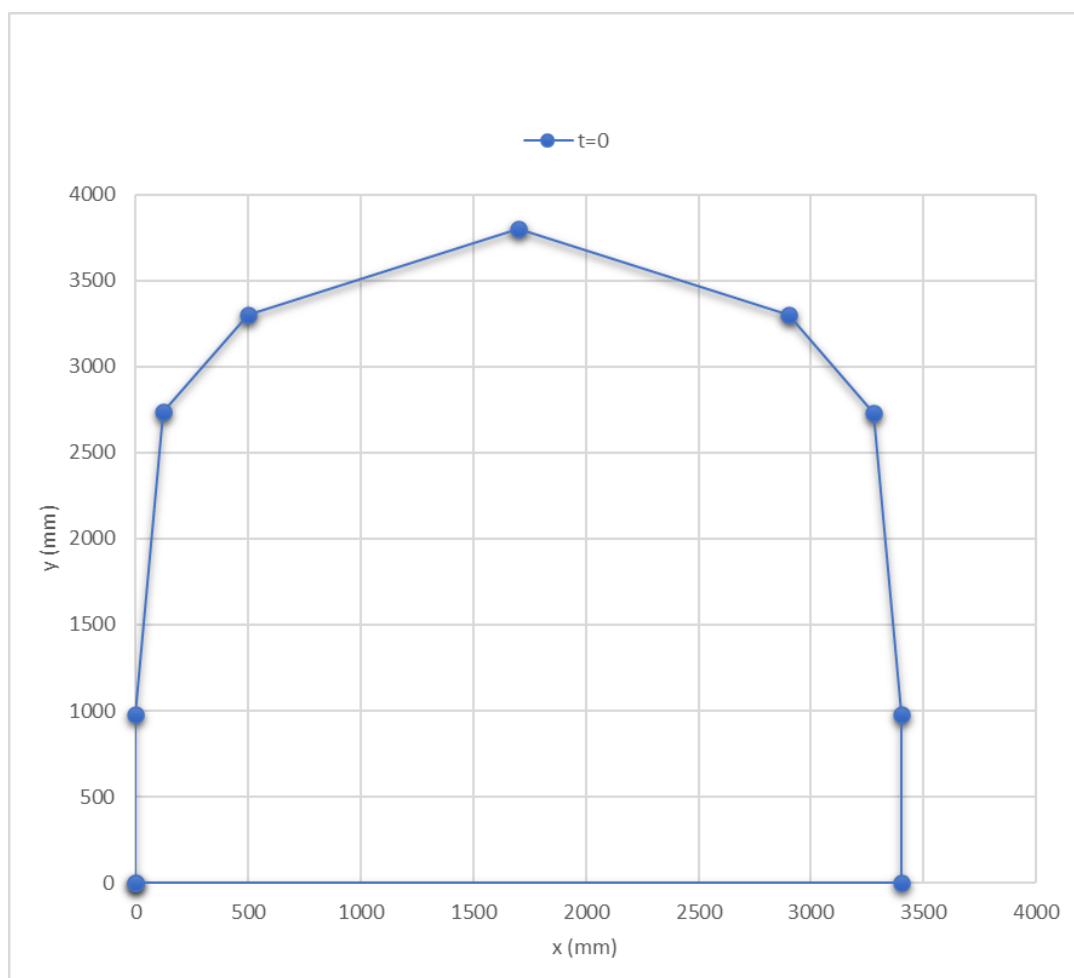
Након извршеног процеса праћена померања маркера (деформација подграде) на начин описан у поглављу 4.2. дефинисане су просторне позиције маркера у жељеном тренутку (на дневном нивоу). Применом претходно описаног модела из нумеричког примера дефинисана је позиција маркера за прогнозирани период  $t = 26, 27, 28, 29, 30$ , (дана) на основу података опажања из периода  $t = 1, 2, 3, \dots, 23, 24, 25$ .

Поређењем прогнозираних вредности за  $t = 26, 27, 28, 29, 30$  и опажаних вредности за исти период утврђена је средња апсолутна процентуална грешка, са становишта позиције маркера, од 0.2134%.

Координате маркера и допунских тачака  $P1$  и  $P2$  за дефинисање полигона и полигонске површине слободног попречног пресека  $A_p$  за  $t = 0$  дате су у табели 6.31. На слици 6.22 дат је приказ затвореног полигона формираног од маркера  $M1-M7$  и помоћних тачака у подини  $P1$  и  $P2$  за  $t = 0$ .

Табела 6.31. Координате маркера и помоћних тачака за  $t = 0$

	P1	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	P2
$x$	0	0	122	498	1700	2902	3278	3400	3400
$y$	0	981	2736	3302	3800	3302	2733	981	0



Слика 6.22 – Приказ затвореног полигона формираног од маркера ( $M1-M7$  и помоћних тачака у подини  $P1$  и  $P2$ )

Полигонска површина слободног попречног пресека (образац 6.3 за  $t = 0$ ) износи  $A_p = 11.26 \text{ m}^2$ .

Како се стварна слободна површина попречног пресека подземне просторије разликује од површине попречног пресека затвореног полигона (образац 6.3.) у циљу праћења промене површине попречног пресека подземне просторије, уведен је

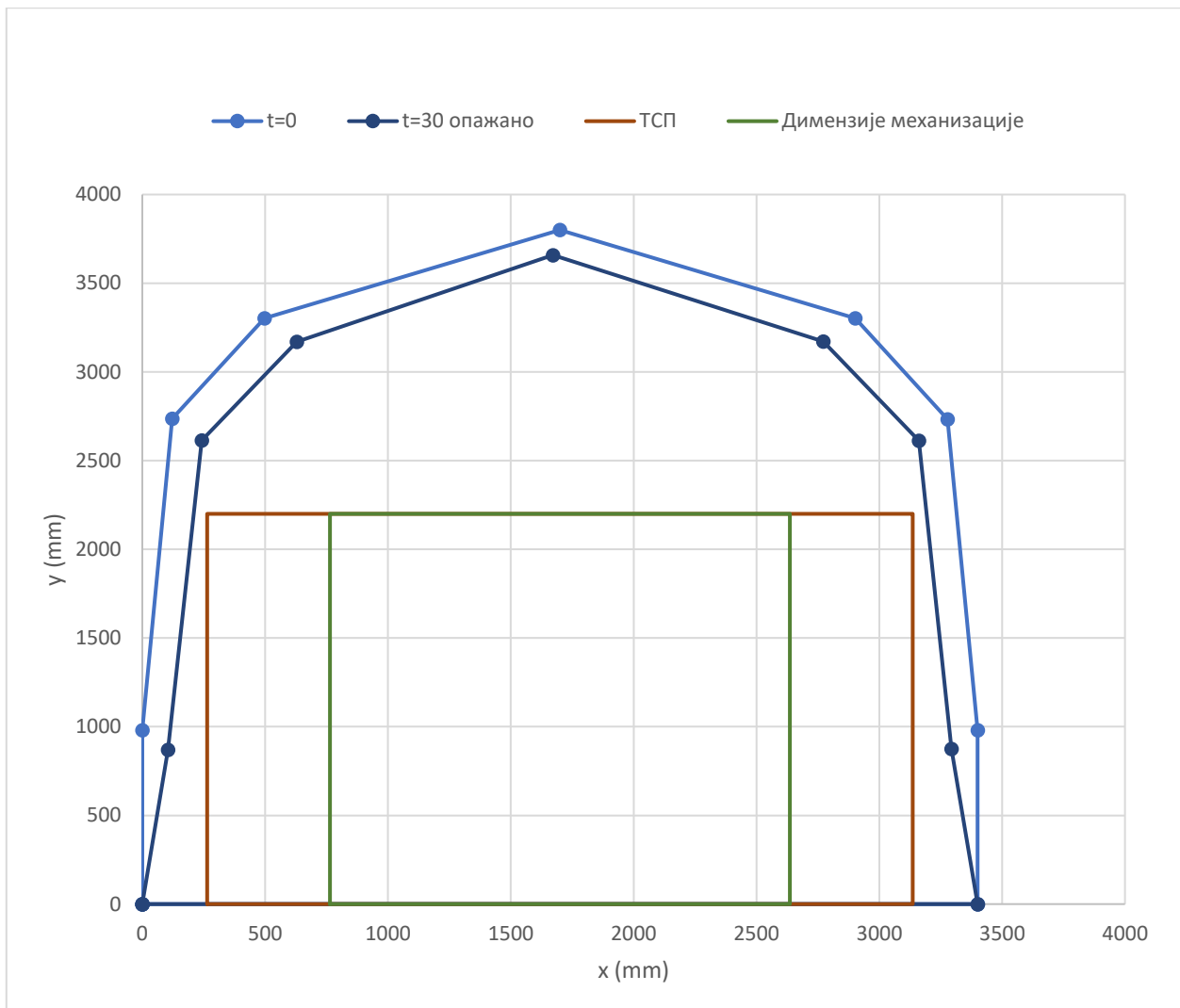
коэффициент смањења површине попречног пресека ( $a_p$ ) – образац (6.4). Преко коефицијента смањења површине попречног пресека, који је константан, у сваком тренутку је могуће извршити превођење полигонске површине попречног пресека на стварну површину попречног пресека. У конкретном случају коефицијент смањења површине попречног пресека има вредност  $a_p = 0,964$ .

За тренутак ( $t = 30$ ) површина полигонског попречног пресека износи  $A_{p(30)} = 10,12 \text{ m}^2$ . Преко коефицијента  $a_p$  и полигонског попречног пресека  $A_{p(30)}$  добија се стварна површина попречног пресека  $A_{(30)} = 10,50 \text{ m}^2$ . За месец дана површина слободног попречног пресека смањила се за  $A_{p(0)} - A_{p(30)} = 11,68 \text{ m}^2 - 10,50 \text{ m}^2 = 1,18 \text{ m}^2$ .

Смањење површине попречног пресека не говори нам довољно о томе како оно утиче на нормално функционисање подземне просторије и целог подземног производног система. Како је позиција подграде позната за  $t = 30$  графички ће се приказати полигон минималних димензија по техничко-сигурносним прописима (ТСП) и полигон димензија самоходне дизел механизације на слици 6.23. У табели 6.32. приказане су координате граница техничко-сигурносних прописа и границе самоходне дизел механизације.

Табела 6.32. Координате тачака полигона ТСП и дизел механизације

		1	2	3	4
Техничко-сигурносни прописи	$x \text{ (mm)}$	264	264	3136	3136
	$y \text{ (mm)}$	0	2200	2200	0
Дизел механизација	$x \text{ (mm)}$	764	764	2636	2636
	$y \text{ (mm)}$	0	2200	2200	0



Слика 6.23 – Полигонски слободни попречни пресек за  $t = 0$  и  $t = 30$  са позицијама полигона ТСП и димензијама механизације

Са слике 6.23 може се закључити да је у почетном тренутку  $t = 0$ , подземна просторија испуњавала техничко-сигурносне прописе и да су њене почетне димензије одговарајуће. У тренутку  $t = 30$ , и даље подземна просторија испуњава техничко-сигурносне прописе и деформације подградне конструкције не утичу на процес експлоатације просторије.

Да би се установио тренутак када ће доћи до потпуног заустављања процеса рада неопходно је извршити прогнозу деформација више корака у напред. Усвојени корак прогнозе износи пет дана па се на исти начин као што је описано у приказаном моделу (поглавља 6.2 и 6.3) врши прогноза за период  $t = 31, 32, 33, 34, 35$  на основу података  $t = 6, 7, 8, 9, 10 \dots 26, 27, 28, 29, 30$ . Истим принципом прогнозирају се деформације до жељеног тренутка  $t$ . Шема прогнозирања приказана је табелама на слици 6.24. На слици 7.5 приказана је прогноза конфигурације челичне лучне подграде за  $t = 45$  и  $t = 60$ .



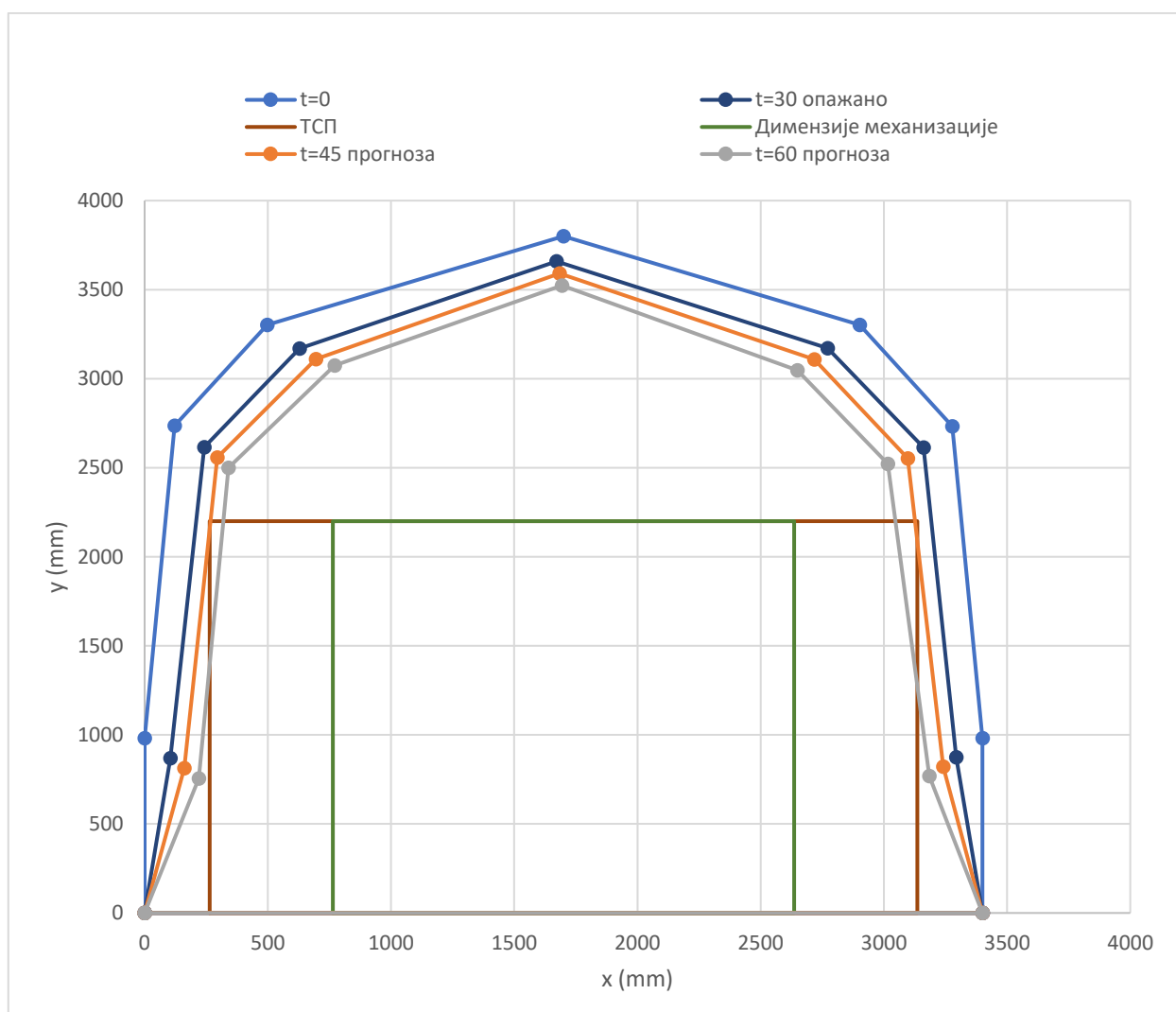
		ДАН																															
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30		
Маркер	x	3.4	3.5	3.2	3.5	3.6	3.4	3.6	3.5	3.4	3.5	3.5	3.5	3.5	3.4	3.5	3.5	3.6	3.2	3.4	3.5	3.5	3.6	3.4	3.4	3.4	3.7	3.5	3.6	3.4	3.4	3.4	3.7
M1	y	-3.7	-3.7	-3.5	-3.7	-3.7	-3.5	-3.7	-3.7	-3.7	-3.8	-3.9	-3.8	-3.7	-3.6	-3.6	-3.7	-3.9	-3.7	-3.7	-3.6	-3.6	-3.9	-3.8	-3.8	-3.7	-3.7	-3.7	-3.7	-3.7	-3.9	-3.7	-3.8
M2	x	4.0	4.1	4.0	4.0	3.9	4.1	4.2	4.1	4.0	4.1	3.9	4.2	4.1	4.0	4.2	3.7	3.8	4.0	4.1	4.1	3.9	4.3	3.9	4.0	3.9	4.0	3.9	4.0	3.9	4.0	3.6	3.9
M3	y	-3.9	-4.0	-3.9	-3.8	-4.2	-4.0	-4.4	-4.1	-4.2	-4.2	-4.0	-4.0	-4.0	-4.2	-4.2	-4.0	-3.7	-4.2	-4.0	-4.0	-4.3	-4.2	-4.1	-4.1	-4.1	-4.1	-3.8	-3.7	-3.9	-4.1	-4.0	
M3	x	4.3	4.7	4.3	4.5	4.3	4.6	4.4	4.4	4.4	4.3	4.4	4.1	4.4	4.3	4.5	4.4	4.4	4.5	4.4	4.5	4.4	4.6	4.1	4.4	4.3	4.4	4.4	4.3	4.5	4.4	4.0	
M4	y	-4.4	-4.2	-4.4	-4.3	-4.4	-4.6	-4.4	-4.2	-4.4	-4.2	-4.4	-4.2	-4.3	-4.2	-4.4	-4.5	-4.2	-4.4	-4.1	-4.3	-4.4	-4.3	-4.5	-4.5	-4.5	-4.9	-4.1	-4.8	-4.4	-4.7	-4.4	
M4	x	4.4	4.3	4.7	4.3	4.6	4.3	4.6	4.4	4.5	4.3	4.2	4.6	4.9	4.4	4.7	4.5	4.4	4.2	4.1	4.4	4.5	4.2	4.4	4.3	4.4	4.5	4.4	4.5	4.3	4.7	4.3	4.1
M4	y	-4.8	-4.3	-4.9	-4.6	-4.8	-4.5	-4.6	-4.4	-4.8	-4.8	-4.6	-4.5	-4.5	-4.9	-5.0	-4.8	-4.7	-5.0	-5.1	-4.7	-4.7	-4.7	-4.7	-4.6	-5.0	-4.6	-4.5	-4.6	-4.8	-4.6	-4.6	
M5	x	4.5	4.6	4.2	4.5	4.1	4.3	4.6	4.4	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.6	4.2	4.5	4.4	4.5	4.3	4.6	4.2	4.4	4.4	4.4	4.4	4.3	4.2	4.1	4.2	4.4	4.2	4.1
M5	y	-4.1	-4.4	-4.3	-4.1	-4.6	-4.4	-4.3	-4.5	-4.1	-4.5	-4.4	-4.3	-4.6	-4.2	-4.5	-4.4	-4.5	-4.5	-4.3	-4.5	-4.3	-4.5	-4.2	-4.4	-4.6	-4.1	-4.4	-4.4	-4.3	-4.2	-4.1	
M6	x	4.0	4.2	3.9	4.1	3.9	3.8	3.8	3.9	4.1	3.6	4.0	3.9	4.0	3.9	4.2	4.0	3.7	4.1	3.7	3.7	3.8	3.7	4.0	4.0	3.8	4.2	4.2	3.6	4.1	4.1	3.9	
M6	y	-4.3	-3.9	-4.0	-3.9	-3.6	-4.0	-3.9	-3.9	-4.1	-3.6	-4.0	-3.9	-4.0	-3.9	-4.0	-3.6	-3.4	-3.7	-3.6	-3.7	-3.7	-3.7	-4.0	-3.8	-4.2	-4.2	-3.6	-4.1	4.1	-3.9		
M7	x	3.6	3.6	3.5	3.5	3.6	3.4	3.4	3.5	3.6	3.7	3.4	3.5	3.5	3.6	3.6	3.4	3.7	3.6	3.7	3.6	3.7	3.5	3.4	3.3	3.4	3.6	3.4	3.5	3.6	3.5	3.6	
M7	y	-3.4	-3.5	-3.4	-3.6	-3.5	-3.8	-3.6	-3.5	-3.6	-3.7	-3.7	-3.4	-3.6	-3.6	-3.5	-3.5	-3.7	-3.5	-3.4	-3.7	-3.5	-3.6	-3.6	-3.6	-3.4	-3.6	-3.4	-3.6	-3.6	-3.6	-3.4	-3.7
		ДАН																															
Маркер	x	3.4	3.5	3.2	3.5	3.6	3.4	3.6	3.5	3.4	3.5	3.5	3.5	3.5	3.4	3.5	3.5	3.6	3.2	3.4	3.5	3.5	3.6	3.4	3.4	3.4	3.7	3.5	3.6	3.4	3.4	3.7	
M1	y	-3.7	-3.7	-3.5	-3.7	-3.7	-3.5	-3.7	-3.7	-3.7	-3.8	-3.9	-3.8	-3.7	-3.6	-3.6	-3.7	-3.9	-3.7	-3.7	-3.6	-3.6	-3.9	-3.8	-3.8	-3.7	-3.7	-3.7	-3.7	-3.7	-3.9	-3.7	-3.8
M2	x	4.0	4.1	4.0	4.0	3.9	4.1	4.2	4.1	4.0	4.1	3.9	4.2	4.1	4.0	4.2	3.7	3.8	4.0	4.1	4.1	3.9	4.3	3.9	4.0	3.9	4.0	3.9	4.0	3.9	4.0	3.6	3.9
M3	y	-3.9	-4.0	-3.9	-3.8	-4.2	-4.0	-4.4	-4.1	-4.2	-4.2	-4.0	-4.0	-4.0	-4.2	-4.2	-4.0	-3.7	-4.2	-4.0	-4.0	-4.3	-4.2	-4.1	-4.1	-4.1	-4.1	-3.8	-3.7	-3.9	-4.1	-4.0	
M3	x	4.3	4.7	4.3	4.5	4.3	4.6	4.4	4.4	4.4	4.3	4.4	4.1	4.4	4.3	4.5	4.4	4.4	4.5	4.4	4.5	4.4	4.6	4.1	4.4	4.3	4.4	4.4	4.3	4.5	4.4	4.0	
M4	y	-4.4	-4.2	-4.4	-4.3	-4.4	-4.6	-4.4	-4.2	-4.4	-4.2	-4.4	-4.2	-4.3	-4.2	-4.4	-4.5	-4.2	-4.4	-4.1	-4.3	-4.4	-4.3	-4.5	-4.5	-4.9	-4.1	-4.8	-4.4	-4.7	-4.4		
M4	x	4.4	4.3	4.7	4.3	4.6	4.3	4.6	4.4	4.5	4.3	4.2	4.6	4.9	4.4	4.7	4.5	4.4	4.2	4.1	4.4	4.5	4.2	4.4	4.3	4.4	4.5	4.4	4.5	4.3	4.7	4.3	4.1
M5	y	-4.8	-4.3	-4.9	-4.6	-4.8	-4.5	-4.6	-4.4	-4.8	-4.8	-4.6	-4.5	-4.5	-4.9	-5.0	-4.8	-4.7	-5.0	-5.1	-4.7	-4.7	-4.7	-4.7	-4.6	-5.0	-4.6	-4.5	-4.6	-4.8	-4.6	-4.6	
M5	x	4.5	4.6	4.2	4.5	4.1	4.3	4.6	4.4	4.3	4.3	4.3	4.3	4.3	4.6	4.2	4.5	4.4	4.5	4.3	4.6	4.2	4.4	4.4	4.4	4.4	4.3	4.2	4.1	4.2	4.4	4.2	4.1
M6	y	-4.1	-4.4	-4.3	-4.1	-4.6	-4.4	-4.3	-4.5	-4.1	-4.5	-4.4	-4.3	-4.6	-4.2	-4.5	-4.4	-4.5	-4.5	-4.3	-4.5	-4.3	-4.5	-4.2	-4.4	-4.6	-4.1	-4.4	-4.4	-4.3	-4.2	-4.1	
M6	x	4.0	4.2	3.9	4.1	3.9	3.8	3.8	3.9	4.1	3.6	4.0	3.9	4.0	3.9	4.2	4.0	3.7	4.1	3.7	3.7	3.8	3.7	4.0	4.0	3.8	4.2	4.2	3.6	4.1	4.1	3.9	
M7	y	-4.3	-3.9	-4.0	-3.9	-3.6	-4.0	-3.9	-3.9	-4.1	-3.6	-4.0	-3.9	-4.0	-3.9	-4.0	-3.6	-3.4	-3.7	-3.6	-3.7	-3.7	-3.7	-4.0	-3.8	-4.2	-4.2	-3.6	-4.1	4.1	-3.9		
M7	x	3.6	3.6	3.5	3.5	3.6	3.4	3.4	3.5	3.6	3.7	3.4	3.5	3.5	3.6	3.6	3.4	3.7	3.6	3.7	3.6	3.7	3.5	3.4	3.3	3.4	3.6	3.4	3.5	3.6	3.5	3.6	
M7	y	-3.4	-3.5	-3.4	-3.6	-3.5	-3.8	-3.6	-3.5	-3.6	-3.7	-3.7	-3.4	-3.6	-3.6	-3.5	-3.5	-3.7	-3.5	-3.4	-3.7	-3.5	-3.6	-3.6	-3.6	-3.4	-3.6	-3.4	-3.6	-3.6	-3.6	-3.4	-3.7
		ДАН																															
Маркер	x	3.4	3.6	3.5	3.4	3.5	3.5	3.5	3.4	3.5	3.4	3.5	3.5	3.5	3.4	3.5	3.5	3.6	3.2	3.4	3.5	3.5	3.6	3.4	3.4	3.4	3.7	3.6	3.7	3.6	3.7	3.6	
M1	y	-3.7	-3.5	-3.7	-3.7	-3.8	-3.9	-3.8	-3.7	-3.6	-3.6	-3.7	-3.9	-3.8	-3.7	-3.6	-3.6	-3.9	-3.8	-3.8	-3.7	-3.7	-3.7	-3.7	-3.9	-3.7	-3.8	-3.7	-3.8	-3.7	-3.6	-3.7	
M2	x	4.1	4.2	4.1	4.0	4.1	3.9	4.2	4.1	4.0	4.1	3.9	4.2	4.1	4.0	4.2	3.7	3.8	4.0	4.1	4.1	3.9	4.3	3.9	4.0	3.6	3.9	3.7	3.4	3.7	3.4	3.7	
M2	y	-4.0	-4.4	-4.1	-4.2	-4.2	-4.0	-4.4	-4.1	-4.2	-4.2	-4.0	-4.0	-4.0	-4.2	-4.2	-4.0	-3.7	-4.2	-4.0	-4.1	-4.1	-3.8	-3.7	-3.9	4.1	4.0	-3.9	4.0	-3.9	-3.7	-3.9	
M3	x	4.3	4.6	4.4	4.5	4.4	4.3	4.4	4.1	4.4	4.3	4.4	4.4	4.4	4.5	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4	4.3	4.4	4.4	4.3	4.5	4.4	4.2	4.2	4.4	4.2	4.4	4.2	
M3	y	-4.6	-4.4	-4.2	-4.4	-4.5	-4.2	-4.3	-4.2	-4.4	-4.5	-4.5	-4.2	-4.4	-4.1	-4.3	-4.4	-4.3	-4.5	-4.5	-4.9	-4.1	-4.8	-4.4	-4.4	-4.7	-4.4	-5.1	-4.9	-4.7	-4.9	-4.7	
M4	x	4.3	4.6	4.4	4.5	4.3	4.2	4.6	4.9	4.4	4.7	4.5	4.4	4.2	4.1	4.4	4.4	4.2	4.4	4.3	4.4	4.5	4.2	4.4	4.3	4.4	4.3	4.1	4.3	4.2	5.0	4.6	4.1
M4	y	-4.5	-4.6	-4.4	-4.8	-4.8	-4.6	-4.4	-4.8	-4.8	-4.6	-4.5	-4.5	-4.5	-4.9	-5.0	-4.8	-4.7	-5.0	-5.1	-4.7	-4.7	-4.7	-4.7	-4.6	-5.0	-4.6	-4.5	-4.6	-4.8	-4.6	-4.6	
M5	x	4.1	4.4	4.3	4.1	4.6	4.4	4.3	4.5	4.1	4.5	4.4	4.3	4.6	4.2	4.5	4.4	4.5	4.3	4.6	4.2	4.4	4.4	4.4	4.4	4.4	4.3	4.2	4.1	4.2	4.4	4.2	4.1
M5	y	-4.0	-4.2	-3.9	-4.1	-3.9	-3.8	-3.8	-3.9	-4.1	-3.5	-3.8	-3.9	-3.9	-4.2	-4.0	-3.7	-4.1	-4.1	-3.7	-3.8	-3.7	-3.8	-3.7	-4.0	-4.0	-3.9	-3.9	-3.7	-3.8	-4.1	-3.9	
M6	x	3.9	4.0	3.9	4.0	3.9	4.0	3.9	4.0	3.9	4.1	3.6	4.0	3.9	4.0	3.9	4.2	4.0	3.7	4.1	3.7	3.7	3.8	3.7	4.0	4.0	3.8	4.2	4.2	3.6	4.1	4.1	3.9
M7	y	-3.6	-3.6	-3.5	-3.5	-3.6	-3.4	-3.4	-3.5	-3.6	-3.7	-3.4	-3.5	-3.5	-3.6	-3.6	-3.4	3.7	-3.6	-3.7	-3.6	-3.7	-3.5	-3.4	3.3	3.4	3.6	3.4	3.5	-3.6	-3.5	-3.6	
M7	x	3.4	3.5	3.4	3.6	3.5	3.8	3.6	3.5	3.6	3.7	3.7	3.4	3.6	3.6	3.5	3.5	3.7	3.5	3.4	3.7	3.5	3.6	3.6	3.6	3.4	3.6	3.4	3.5	3.6	3.5	3.6	
M7	y	-3.4	-3.5	-3.4	-3.6	-3.5	-3.8	-3.6	-3.5	-3.6	-3.7	-3.7	-3.4	-3.6	-3.6	-3.5	-3.5	-3.7	-3.5	-3.4	-3.7	-3.5	-3.6	-3.6	-3.6	-3.4	-3.6	-3.4	-3.6	-3.6	-3.6	-3.4	-3.7
		ДАН																															
Маркер	x	3.4	3.6	3.5	3.4	3.5	3.5	3.5	3.4	3.5	3.4	3.5	3.5	3.5	3.4	3.5	3.5	3.6	3.2	3.4	3.5	3.5	3.6	3.4	3.4	3.4	3.7	3.6	3.7	3.6	3.7	3.6	
M1	y	-3.7	-3.5	-3.7	-3.7	-3.8	-3.9	-3.8	-3.7	-3.6	-3.6	-3.7	-3.9	-3.8	-3.7	-3.6	-3.6	-3.9	-3.8	-3.8	-3.7	-3.7	-3.7	-3.7	-3.9	-3.7	-3.8	-3.7	-3.8	-3.7	-3.6	-3.7	
M2	x	4.1	4.2	4.1	4.0	4.1	3.9	4.2	4.1	4.0	4.1	3.9	4.2	4.1	4.0	4.2	3.7	3.8	4.0	4.1	4												

На слици 6.24 у првом кораку плавом бојом означени су прираштаји деформација који су опажани  $t = 1,2,3, \dots, 23,24,25$  и коришћени за прогнозу (означено зеленом бојом) у периоду  $t = 26,27,28,29,30$ .

У другом кораку сивом бојом су означене опажане вредности за период  $t = 1,2,3,4,5$  који се одбацују за даље прогнозирање, а плавом бојом опажане и претходно прогнозиране вредности  $t = 6,7,8, \dots, 28,29,30$ . Ови подаци користе се као улаз за даљу прогнозу за период  $t = 31,32,33,34,35$ .

По истом принципу врши се прогноза за било који жељени период у корацима од по 5 дана.

На слици 6.25 приказани су полигонски слободни попречни пресеци за  $t = 0, t = 30, t = 45$  и  $t = 60$ .



Слика 6.25 – Полигонски слободни попречни пресек за  $t = 0, t = 30, t = 45$  и  $t = 60$  са позицијама полигона ТСП и димензијама механизације

Са слике 6.25 се види да је у тренутку  $t = 45$  дошло до таквих деформација подградне конструкције да се позиција доње границе челичне лучне подграде налази на граници минимално прописаних сигурносних растојања од најистуреније ивице

најгабаритније механизације. Ово је тренутак када треба почети са санацијом просторије јер ће даљим развојем деформација подграде доћи до озбиљног нарушавања техничко-сигурносних прописа и на крају тоталне нефункционалности просторије. Даљом прогнозом до тренутка  $t = 60$  види се да се тренд деформација подграде наставља. Претпоставка да ће доћи до нарушавања техничко-сигурносних прописа била је оправдана па је у тренутку  $t = 45$  оправдано почети радове на санацији подземне просторије.

Код планирања функционалности подземне просторије можемо разликовати два случаја:

- Када је експлоатациони век подземне просторије (изражен у данима) мањи или једнак тренутку нарушавања минимално прописаних димензија попречног пресека подземне просторије (израженог у данима),
- Када је експлоатациони век подземне просторије (изражен у данима) већи од тренутка када долази до нарушавања минимално прописаних димензија попречног пресека подземне просторије (израженог у данима), односно од тренутка развоја деформација испод дозвољене границе.

У првом случају није потребно планирати никакве додатне рударске радове на санацији ( $RR_{san}$ ) у циљу обезбеђивања функционалности подземне просторије, јер су деформације ( $def$ ) таквог обима да су током целог експлоатационог века подземна просторија ( $E_V$ ) у дозвољеним границама  $def \leq d_g$ , па је тако услов функционалности подземне просторије испуњен.

У другом случају када су деформације подградне конструкције таквог обима да су минимално прописане димензије попречног пресека подземне просторије нарушене,  $def > d_g$ , неопходно је планирати потребне рударске радове на санацији подземне просторије ( $RR_{san}$ ) у одговарајућем тренутку када су нарушени техничко-сигурносни прописи и/или проходност просторије.

Планирањем рударских радова на санацији врши се оптимизација производног процеса, јер ће се избећи непланирани застоји у процесу рада. Оно што треба нагласити је да се приликом планирања радова на санацији мора узети у обзир и време трајања тих радова. Са санацијом треба почети онолико дана пре губитка функционалности подземне просторије колико је потребно за враћање димензија подземне просторије на пројектовано стање. Овај поступак може се математички записати на следећи начин:

$$RR_{san} = f(E_V) = \begin{cases} \perp, & \text{if } def \leq d_g \\ 1, & \text{if } def > d_g \end{cases} \quad (6.60)$$

где је:

- $RR_{san}$  - рударски радови на санацији,
- $E_V$  - експлоатациони век подземне просторије, дани,
- $def$  - деформације подграде/контура подземне просторије,
- $d_g$  - дозвољене границе деформација подграде/контура подземне просторије.

Са познатим тренутком настанка губитка функционалности подземне просторије ( $T_{def>d_g}$ ) и узмајући у обзир дужину трајања рударских радова на санацији ( $T_{RR_{san}}$ ) одређује се оптимални тренутак почетка рударских радова на санацији.

$$T_{opt} = T_{def>d_g} - T_{RR_{san}} \quad (6.61)$$

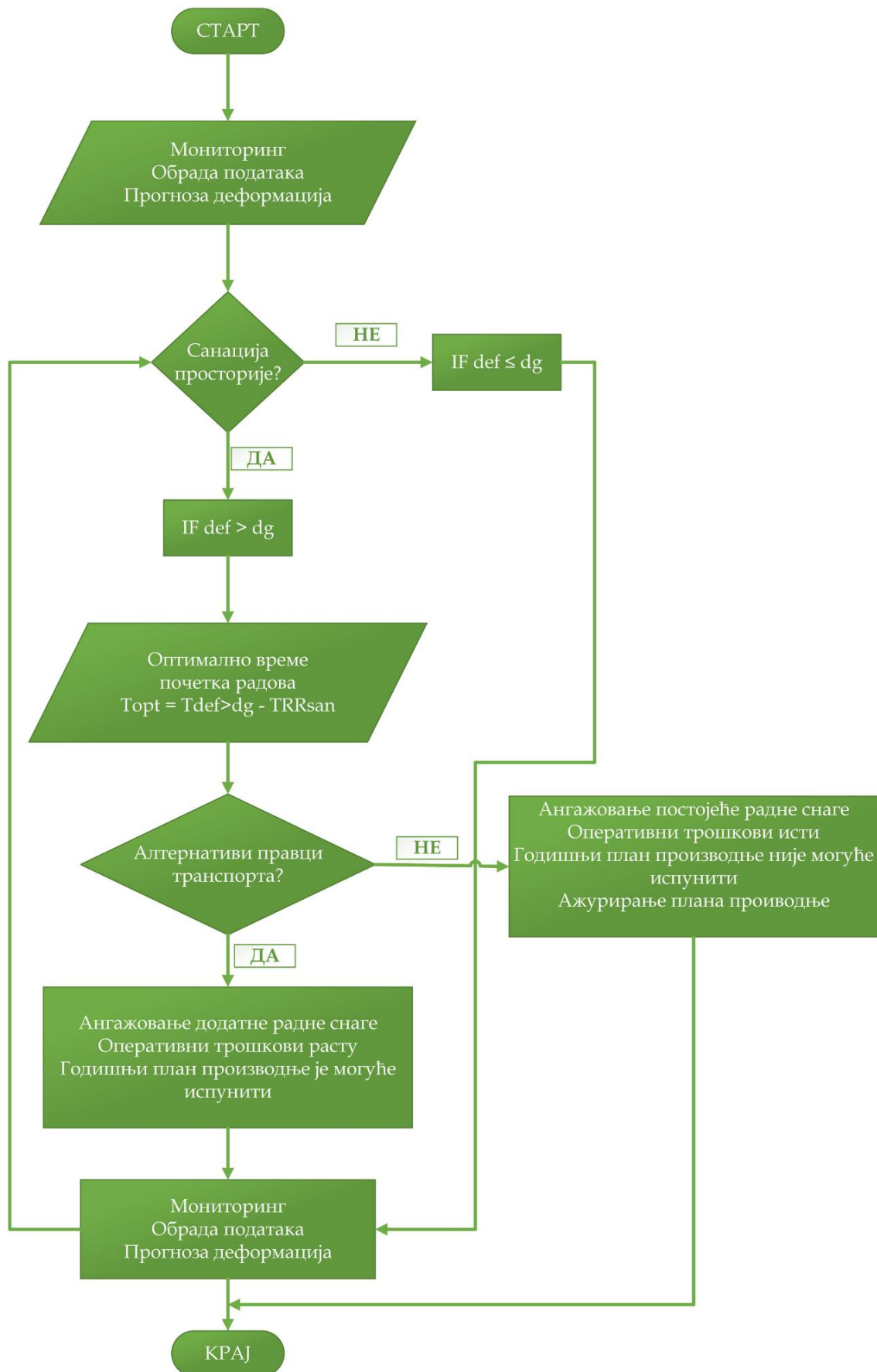
где је:

- $T_{opt}$  - оптимални тренутак почетка рударских радова на санацији,
- $T_{def>d_g}$  - тренутак губитка функционалности просторије,
- $T_{RR_{san}}$  - трајање рударских радова на санацији.

На слици 6.26 приказан је алгоритам за стратешко управљање функционалношћу подземних просторија.

Организацији рада, када су неопходни радови на санацији, може се обавити на два начина. Те послове може изводити иста група радника која је ангажована на реализацији свакодневних рударских радова (на изради просторија или откопавању) или ангажовањем додатне групе која ће радове изводити паралелно са осталим радним процесима у руднику. Ангажовање додатне групе радника представља оправдану одлуку када постоје алтернативни правци за организацију транспорта откопане корисне минералне сировине. Уз минимално повећање оперативних трошкова ангажовањем додатне радне снаге обезбеђује се и даље планирана дневна производња. Уколико не постоје алтернативни правци за организацију редовних активности, план производње не може бити реализован. Стратешким планирањем функционалности подземних просторија моделом прогнозе деформација могуће је узети у обзир прекид у производњи услед извођења радова на санацији. На тај начин могуће је ажурирати годишњи план производње који је могуће реализовати.

На основу алгоритма приказаног на слици 6.26 могу се графички приказати циклограмима рударских радова по варијантама, слике 6.27, 6.28 и 6.29. На циклограмима је приказано време доласка и одласка са радилишта, које с обзиром на дужине јамских просторија, може да буде значајно. Радне операције технолошког процеса нису посебно приказиване, већ је акценат приказа био на броју ангажованих група радника и могућности паралелног рада.



Слика 6.26 – Алгоритам за стратешко управљање функционалношћу подземних просторија

Радна операција /време	1	2	3	4	5	6	7	8
Долазак на радилиште	■							
Провера радилишта		■						
Радови на откопавању*		■	■	■	■	■	■	■
Одлазак са радилишта								■

\* (бушење и минирање, проветравање, утовар, транспорт, подграђивање, помоћни радови)

Слика 6.27 – Циклограм организације рударских радова у регуларним околностима

Радна операција /време	1	2	3	4	5	6	7	8
Долазак на радилиште	■							
Провера радилишта		■						
Радови на санацији**		■	■	■	■	■	■	■
Одлазак са радилишта								■

\*\* (демонтажа постојеће подграде, дорада профила (копање или бушење и минирање), проветравање, утовар, транспорт, подграђивање, помоћни радови)

Слика 6.28 – Циклограм организације рударских радова на санацији без ангажовања додатне радне снаге

Радна операција /време	1	2	3	4	5	6	7	8
Долазак на радилиште	■							
Провера радилишта		■						
Радови на откопавању		■	■	■	■	■	■	■
Радови на санацији		■	■	■	■	■	■	■
Одлазак са радилишта								■

Слика 6.29 – Циклограм организације рударских радова на санацији уз ангажовање додатне радне снаге

Из нумеричког примера у поглављу 6.2. види се да је развој деформација значајан и да је санацију подземне просторије оптимално почети већ 45-ог дана од почетка систематског праћења (мониторинга). Ова ситуација је веома честа појава у подземним рудницима угља у Републици Србији, углавном због веома сложене геолошке грађе и услед немеханизованог процеса рада. Развој деформација таквог обима није присутан увек дуж целе подземне просторије већ је најчешће груписан у зонама у којима радна средина има мање вредности физичко-механичких карактеристика. Локације за праћење деформација се могу лоцирати од стране техничко-надзорног особља. На основу тих података тачно се дефинише укупан обим радова на праћењу, чиме се проблем своди у разумне оквире.

Ако је неопходно санацију подземне просторије вршити два или више пута у току експлоатационог века, нарочито ако се ради о истим деоницама, потребно је размотрити алтернативе начину подграђивања. На основу података о радној средини који су сада мерљиви *in situ*, могу се допунским пројектом одредити кориговани параметри постојеће подграде или извршити прорачун нове подградне конструкције. Новим пројектом неопходно је извршити и проверу техно-економских параметара сваке од алтернатива. Захваљујући формираном моделу могуће је предвидети број реконструкција (процентуално) и извршити техно-економску анализу, која би показала оправданост промене начина подграђивања. Најчешћи примери промене начина осигурања просторије, подразумевају промену конструктивног материјала

(дрво-челик), начина опхоћења према подземном притиску (непопустљива-попустљива), а некад и принцип извођења подграде (подупирућа-висећа).

Чест проблем приликом пројектовања подградних конструкција представља и то што се уопште не врше нови прорачуни, већ се по аутоматизму подграда „наслеђује“ из претходних пројеката и само верификује. Применом развијеног модела, прикупљањем података о израђеним просторијама и њиховим деформацијама као и обиму реконструкција у рудницима, могуће је формирати базу података која ће олакшати доношење одлука приликом израде просторија.

Целокупна подземна експлоатација угља у Републици Србији врши се у рудницима који су у склопу Јавног предузећа за подземну експлоатацију угља Ресавица (ЈПРЕУ). Санације просторија у већини рудника су веома честе, па би увођење систематског праћења деформација подземних просторија и прогноза деформација допринели да се стратешки циљеви предузећа успешније остварују. На основу систематског праћења деформација и уз примену описаног модела и алгоритма за стратешко планирање функционалности формирала би се одговарајућа база података. Ова база користила би се интерно у компанији за оптимизацију процеса израде подземних просторија и организације откопавања угља. Санација просторија могла би да се обавља плански, без ангажовања додатне радне снаге. Радови би могли да изводе радници РГП „Алексиначки рудници“, када постоје могућности да се радови на санацији обављају паралелно са редовним радним операцијама (алтернативни правци транспорта).

## 7. ЗАКЉУЧАК

Ефикасност производње у рудницима са подземном експлоатацијом осим примењене методе и степена механизованости, зависи и од функционалности јамских просторија. Одржавање капиталних (главних транспортних и извозних) подземних просторија функционалним представља један од главних задатака у циљу испуњавања годишњег плана производње. Услед сложених геолошких услова и рударских активности, деформације просторија су врло интензивне и често се дешавају. Систематско праћење и прогнозирање деформација је препознато као кључна ставка за стратешко планирање одржавања стабилности и функционалности просторија. Са развојем модерних инструмената за рударска мерења, конструисаних за рад и у најсложенијим условима, попут потенцијално експлозивне атмосфере, процес праћења деформација је значајно олакшан и убрзан.

Циљ ове докторске дисертације је био да се на основу података прикупљених савременим инструментима за рударска мерења и применом теорије сивих система, стохастичких и ауторегресионих процеса, формира поуздан модел, за прогнозу деформација челичне лучне подградне конструкције. Прикупљање података је у великом мери убрзано јер данас на тржишту постоје инструменти (3D ласерски скенери) који су конструисани за рад у најсложенијим условима, односно инструменти са антиексплозивном заштитом. Праћење деформација са овим инструментима пружа могућност регистровања више милиона тачака у секунди, са могућношћу израде облака тачака велике прецизности.

Модел и његова тачност, потврђена је нумеричким примером. Резултати су анализирани и доказана је средња апсолутна процентуална грешка прогнозе позиције седам разматраних маркера од 0.2143%. Најчешће се процена грешке прогнозе временске серије врши преко средње апсолутне процентуалне грешке прогнозе. У овој дисертацији оцена прецизности модела вршена је на основу грешке прогнозиране позиције маркера. Овакав приступ процене грешке пружа много бољи увид у тачност описаног модела јер проблем грешке прогнозе временске серије посматра са становишта будућних конфигурација подградне конструкције.

Након потврђене тачности модела, извршена је прогноза за период од 30 дана у будућности од тренутка завршетка осматрања, односно за време  $t = 60$ . У поглављу 7. приказани су резултати прогнозе и намеће се закључак да ће 30-ог дана од тренутка завршетка периода осматрања ( $t = 60$ ) доћи до веома значајног нарушавања минимално прописаних растојања од утоварно-транспортне механизације до подграде подземне просторије. Овај тренутак представља моменат када је функционалност подземне просторије делимично нарушена, јер механизација и даље може да се креће просторијом, али су нарушени техничко-сигурносни прописи. Петнаести дан прогнозираног периода (након опажања),  $t = 45$ , представља тренутак када треба започети са санацијом подземне просторије како би се избегли застоји у производном процесу и избегао ризик по запослено особље и опрему која се користи у подземној просторији. У том тренутку димензије подземне просторије су на



граници минимално прописаних димензија и поклапају се са полигонски представљеном деформисаном подградном конструкцијом.

Период санације зависи првенствено од степена механизованости радног процеса у руднику. Могућност планирања санације засноване на квалитетној и прецизној прогнози представља изузетан допринос стратешком планирању функционалности подземних просторија. Са познатим периодима губитка функционалности подземне просторије могуће је у стратешки план рудника уврстити и потребне радове на санацији подземних просторија чиме се постиже већа испуњеност плана производње минералне сировине. Са оперативне тачке гледишта, применом развијеног модела могуће је оптимизовати организацију рада.

Рударски радови на санацији подземне просторије обухватају уклањање деформисане подградне конструкције, поновно избијање попречног пресека подземне просторије претходно дефинисаном технологијом (бушачко-минерски радови или механизованим начином израде) и поновна уградња нове подградне конструкције истог или другог типа.

Уколико се покаже да је санацију подземне просторије потребно вршити више пута у току експлоатационог века, намеће се питање провере поступка избора подградне конструкције. Један од основних задатака подградне конструкције је трајност што у таквом случају није испуњено. Даља истраживања треба да буду усмерена ка развоју модела који би обухватио конструктивну и техно-економску анализу избора подградне конструкције.

Развијени модел пројектантима и менаџменту омогућава да дефинишу ефикасан систем праћења и прогнозе деформација подградне конструкције. На основу тога је могуће планирање одржавања подградне конструкције подземне просторије и одређивање оптималног тренутка за вршење радова на санацији. Оптимални тренутак за извођење радова треба у обзир да узме и време трајања радова на санацији.

Резултати остварени овом докторском дисертацијом осим постигнутог научног доприноса, отварају могућност истраживања на развоју софтвера са котрљајућим моделом који ће бити једноставан за коришћење стручњацима из области рударства. Да би се овакав софтвер развио, неопходно је аутоматизовати процес прикупљања података о развоју деформација подграде или контура подземне просторије. Један од начина је да се у подземним просторијама постави бежична мрежна комуникација (Wi-Fi) преко које би се у реалном времену слали прикупљени подаци са мерачких инструмената у центар за анализу и обраду података. Ове податке је даље могуће користити у софтверу заснованом на моделу описаном у овој докторској дисертацији што би омогућило константну калибрацију модела, повећавајући прецизност прогнозе у складу са стохастичким особинама развоја деформација.

## ЛИТЕРАТУРА

Xu, D.P.; Feng, X.T.; Cui, Y.J.; Jiang, Q. Use of the equivalent continuum approach to model the behaviour of a rock mass containing an interlayer shear weakness zone in an underground cavern excavation. *Tunn. Undergr. Space Technol.* **2015**, *47*, 35–51, doi:10.1016/j.tust.2014.12.006.

Armaghani, D.J.; Mohamad, E.T.; Hajihassani, M.; Yagiz, S.; Motaghedi, H. Application of several non-linear prediction tools for estimating uniaxial compressive strength of granitic rocks and comparison of their performances. *Eng. Comput.* **2016**, *32*, 189–206, doi:10.1007/s00366-015-0410-5.

Xiong, X. Research on Grey System Model and its Application on Displacement Prediction in Tunnel Surrounding Rock. *Open Mech. Eng. J.* **2014**, *8*, 514–518, doi:10.2174/1874155x01408010514.

Tang, P. Forecast the Working Face Underground Pressure Using Grey Model Improved by the Genetic Algorithm. *Electron. J. Geotech. Eng.* **2011**, *16*, 1215–1226.

Yu, S.; Hongzhen, Z.; Yanna, C. Application of GRNN in Time Series Prediction for Deformation of Surrounding Rocks in Soft Rock Roadway. In Proceedings of the 2011 Fourth International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, Shenzhen, China, 28–29 March **2011**; Volume 1, pp. 63–66.

Chen, H.; Wang, R. Artificial Neural Network's Application in Intelligent Displacement Back Analysis of Deep Mine Roadway Surrounding Rock. In Proceedings of the 2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation, Changsha, China, 11–12 May **2010**; Volume 1, pp. 808–811.

Bozzano, F.; Mazzanti, P.; Prestininzi, A. Supporting Tunnelling Excavation of an Unstable Slope by Long term Displacement Monitoring. In Proceedings of the International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, Chicago, IL, USA, 29 April–4 May **2013**; p. 42.

Zhang, Q.; Li, S.C.; Li, L.P.; Zhang, Q.Q.; Shi, S.S.; Song, S.G. Numerical Analysis of Advanced Displacement in Construction Progress of Tunnel Excavation with Weak Surrounding Rock. *Res. J. Appl. Sci. Eng. Technol.* **2013**, *6*, 1497–1503, doi:10.19026/rjaset.6.3979.

Grossauer, K.; Leitner, R.; Schubert, W.; Sellner, P. Prediction of subsidence during tunnel construction. In *Underground Space – The 4th Dimension of Metropolises, Proceedings of the 33rd ITA-AITES World Tunnel Congress, Prague, Czech Republic, 5–10 May 2007*; Barták, J., Hrdina, I., Romancov, G., Zlámal, J., Eds.; Taylor & Francis Group: London, UK, **2007**; pp. 857–862.

Merlini, D.; Falaneca, M. Ceneri Base Tunnel advancement in difficult rock conditions: Tunnel design and construction optimization through back-analysis of the geomechanical parameters. In Proceedings of the World Tunnel Congress 2013 Geneva Underground – The Way to the Future, 31 May–7 June **2013**, Geneva, Switzerland; Anagnostou, G., Ehrbar, H., Eds.; Taylor & Francis Group: London, UK, 2013; pp. 1722–1729.

Yao, B.Z.; Yang, C.Y.; Yao, J.B.; Sun J. Tunnel Surrounding Rock Displacement Prediction Using Support Vector Machine. *Int. J. Comput. Intell. Syst.* **2010**, *3*, 843–852.

Wu, Q.; Yan, B.; Zhang, C.; Wang, L.; Ning, G.; Yu, B. Displacement Prediction of Tunnel Surrounding Rock: A Comparison of Support Vector Machine and Artificial Neural Network, *Mathematical Problems in Engineering* **2014**, Article ID 351496, 6 pages, vol. 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/351496>

Luo, X.; Gan, W.; Wang, L.; Chen, Y.; Ma, E. A Deep Learning Prediction Model for Structural Deformation Based on Temporal Convolutional Networks, *Computational Intelligence and Neuroscience* **2021**, Article ID 8829639, 12 pages, vol. 2021. <https://doi.org/10.1155/2021/8829639>

Luan, Y.; Weng, L.; Ma, Y.; Luan, H. Lake-Bottom Deformation Special Equipment Measurement Methods and Practice of Mining Under Weishan Lake” *Electronic Journal of Geotechnical Engineering* **2017** (22.04), pp 1363-1376. Available at [ejge.com](http://ejge.com).

Ma, X.; Xue, Y.; Bai, C.; Liu, H.; Yu, Y. Prediction model for deformation risk grade of the soft rock tunnel based on GRA-Extension, *IOP Conference Series Earth and Environmental Science* **2020**, vol. 440, no. 5, article 052057. DOI: 10.1088/1755-1315/440/5/052057

Rao, J.; Tao, Y.; Xiong, P.; Nie, C.; Peng, H.; Xue, Y.; Xi, Z. Research on the Large Deformation Prediction Model and Supporting Measures of Soft Rock Tunnel, *Advances in Civil Engineering* **2020**, vol. 2020, Article ID 6630546, 13 pages. <https://doi.org/10.1155/2020/6630546>

Guo, Y.; Zhao, M.; Deng, Z. Tunnel surrounding rock deformation forecast analysis based on GM and FEM, *Electronic Journal of Geotechnical Engineering* **2014**, vol. 19, pp. 1379–1394.

Han, U.; Choe, C.; Hong, K.; Pak, C. Prediction of Final Displacement of Tunnels in Time-Dependent Rock Mass Based on the Nonequidistant Grey Verhulst Model, *Mathematical Problems in Engineering*, **2022**, Article ID 3241171, 11 pages, vol. 2022. <https://doi.org/10.1155/2022/3241171>

Xiong, X. Research on Grey System Model and Its Application on Displacement Prediction in Tunnel Surrounding Rock, *The Open Mechanical Engineering Journal* **2014**, *8*, 514-51, DOI: [10.2174/1874155X01408010514](https://doi.org/10.2174/1874155X01408010514)

Zhang, L.; Chen, X.; Zhang, Y.; Wu, F.; Chen, F.; Wang, W.; Guo, F. Application of GWO-ELM Model to Prediction of Caojiatuo Landslide Displacement in the Three Gorge Reservoir Area. *Water* **2020**, *12*, 1860. <https://doi.org/10.3390/w12071860>

Wu, L.Z.; Li, S.H.; Huang, R.Q.; Xu, Q. A new grey prediction model and its application to predicting landslide displacement, *Applied Soft Computing* **2020**, Volume 95, 2020, 106543, ISSN 1568-4946, <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106543>.

Li, S.; Wu, N. A new grey prediction model and its application in landslide displacement prediction, *Chaos, Solitons & Fractals* **2021**, Volume 147, 2021, 110969, ISSN 0960-0779, <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2021.110969>.

- Li, L.; Qiang, Y.; Li, S.; Yang, Z. Research on Slope Deformation Prediction Based on Fractional-Order Calculus Gray Model, *Advances in Civil Engineering* **2018**, vol. 2018, Article ID 9526216, 9 pages, 2018. <https://doi.org/10.1155/2018/9526216>
- Zhang, W.; Xiao, R.; Shi, B.; Zhu, H.; Sun, Y. Forecasting slope deformation field using correlated grey model updated with time correction factor and background value optimization, *Engineering Geology* **2019**, vol. 260, 105215, 2019. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2019.105215>
- Crnogorac, L.; Tokalić, R.; Gligorić, Z.; Milutinović, A.; Lutovac, S.; Ganić, A. Gate Road Support Deformation Forecasting Based on Multivariate Singular Spectrum Analysis and Fuzzy Time Series. *Energies* **2021**, *14*, 3710. <https://doi.org/10.3390/en14123710>
- Zhu, Z.; Li, H.; Shang, J.; Weng, W.; Liu, J. Research on the mining roadway displacement forecasting based on support vector machine theory, *Journal of Coal Science and Engineering China* **2010**, *16*, 235–239 (2010). <https://doi.org/10.1007/s12404-010-0303-6>
- Xie, J.; Xu, J.; Zhu, W. Gray algebraic curve model-based roof separation prediction method for the warning of roof fall accidents. *Arabian Journal of Geosciences* **2016**, *9*, 514 (2016). <https://doi.org/10.1007/s12517-016-2541-4>
- Crnogorac, L.; Lutovac, S.; Tokalić, R.; Gligorić, M.; & Gligorić, Z. Steel Arch Support Deformations Forecast Model Based on Grey–Stochastic Simulation and Autoregressive Process. *Applied Sciences*, **2023**, *13*(7), 4559.
- Britannica, Електронска енциклопедија, **2022**, доступна на сајту [<https://www.britannica.com/technology/mining>], приступљено [13.10.2022.]
- Јеленковић Р., Симић В., Животић Д., Костић А. *Лежишта минералних сировина*, **2010**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет, Београд
- Јовановић, П. *Израда јамских просторија*, **1990**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет, Београд
- Антуновић Коблишка М. *Општи рударски радови*, **1973**, Грађевинска књига, Београд
- Јовановић, П. *Димензионисање јамских просторија*, **1983**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет, Београд
- FMDRC, Електронски чланак: Becker Mining South Africa’s steel arch roof support systems provide dependable tunnel support and safe working conditions, **2018**, доступна на сајту [<https://fmdrc-zambia.com/4972/>], приступљено [13.10.2022.]
- Јовановић, П. *Пројектовање и прорачун подграде хоризонталних рударских просторија – књига 1*, **1994**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет, Београд
- Höfler, J., Schlumpf, J. *Shotcrete in Tunnel Construction*, **2006**, Reinhardt + Reichenecker GmbH D-72585 Riederich

Putzmeister, Електронски чланак: Fiber-reinforced shotcrete, доступна на сајту [https://bestsupportunderground.com/fibre-reinforced-shotcrete/?lang=en], **2022**, приступљено [13.10.2022.]

Song, G., Li, W., Wang, B., Ho, S.C.M. A Review of Rock Bolt Monitoring Using Smart Sensors. *Sensors* **2017**, *17*, 776. <https://doi.org/10.3390/s17040776>

Villaescusa, E., Thompson, A., Windsor, C. Some Ground Support Considerations in Rapid Excavation For Mining Development, **2006**, Australian Mining Technology Conference, Hinter Valley NSW, DOI: [10.13140/2.1.4670.8804](https://doi.org/10.13140/2.1.4670.8804)

Hoek, E., Kaiser P.K., Bawden W.F. *Support of Underground Excavation in Hard Rock*, **2000**, CRC Press, ISBN: 9054101873

Службени гласник РС, Закон о рударству и геолошким истраживањима, **2021**, „Службени Гласник Републике Србије“, бр. 101/2015, 95/2018 и др. Закон и 40/2021

Службени лист СФРЈ, Правилник о класификацији и категоризацији резерви чврстих минералних сировина и вођењу евиденције о њима, **1979**, „Службени лист Социјалистичке Федеративне Републике Југославије“, број 53 год. 35

Волков, В.П., Воронецки, Л.В., Зурабов, Г.Г., Бугаева, О.Е., Назур, А.М., Наумов, С.Н., Николаи, В.Л., Сакеларов, Е.Г. *Тунели I део Пројектовање*, **1951**, Издавачко штампарско предузеће Савета за енергетику и екстрактивну индустрију Владе ФНРЈ, Београд

Јовановић, П. *Пројектовање и прорачун подграде хоризонталних рударских просторија – књига 3*, **1995**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет, Београд

Lauffer, H. Gebirgsklassifizierung für den Stollenbau. *Geol.* **1958**, *Bauwesen* 24(1), Wien, 46-51

Bieniawski, Z.T., Engineering classification of jointed rock masses. *Civil Engineer in South Africa*, 15(12), pp 335-343, **1973**.

Barton, N., Lien, R. and Lunde, J. Engineering classification of rock masses for the design of tunnel support. *Rock Mechanics*, **1974**, 6(4), pp 189-236, 1974. DOI: 10.1007/BF01239496

Deere, D.U. Peck, R.B. Parker, H.W. Monsees, J.E. Schmidt, B. (1970) Design of tunnel support systems. In Proceedings of the 49th Annual Meeting of the Highway Research Board, Washington, DC, USA, 12-16 January **1970**; Volume 339, pp. 26-33.

Merritt, A.H. Geologic prediction for underground excavations. Proc. North American rapid excav. tunneling conf., Chicago, **1972**, (eds K.S. Lane and L.A. Garfield) 1, 115-132. New York: Soc. Min. Engrs, Am. Inst. Min. Metall. Petrolm Engrs.

Видановић, Н., и Токалић Р. *Практикум из израде јамских просторија*, **2011**, Универзитет у Београду – Рударско – Геолошки факултет, Београд

Bieniawski, Z.T. Rock mass classification in rock engineering. **1976**, In Exploration for rock engineering, proc. of the symp., (ed. Z.T. Bieniawski) 1, 97-106. Cape Town: Balkema

Hoek, E. *Practical Rock Engineering*, електронски уџбеник, **2007**, доступно на [<https://www.rocscience.com/assets/resources/learning/hoek/Practical-Rock-Engineering-Full-Text.pdf>], приступљено [13.10.2022.]

Abbas, S.M., Konietzky, H. *Rock Mass Classification Systems. Introduction to Geomechanics* (ebook), **2014**, Konietzky, H. (ed), edition: 10/2014

Bieniawski, Z.T. *Engineering rock mass classifications: A complete manual for engineers and geologists in mining, civil, and petroleum engineering.* **1989**, Wiley-Interscience. pp. 40–47. ISBN 0-471-60172-1.

Lauffer, H. Zur Gebirgsklassifizierung bei Frasnortrieben. **1988**, Felsbau. 6(3), pp. 137-149

Laubscher, D.H. A geomechanics classification system for the rating of rock mass in mine design in *Journal of South African Institute of Mining and Metallurgy*, **1990**, vol. 90, no. 10, October 1990, pp. 257-273

Laubscher, D.H., Jakubec, J. The MRMR rock mass classification for jointed rock masses. In: Hustrulid WA, Bullock RL, eds. *Underground mining methods: engineering fundamentals and international case studies.* **2001**, Littleton, CO: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc., pp. 475–481.

Jakubec J., Esterhuyen, G., Use Of The Mining Rock Mass Rating (MRMR) Classification: Industry Experience; *Proceedings of the International Workshop on Rock Mass Classification in Underground Mining.* Mark C; Pakalnis R; Tuchman RJ, eds., Pittsburgh, PA: U.S. Department of Health and Human Services, Public Health Service, Centers for Disease Control and Prevention, National Institute for Occupational Safety and Health, **2007** May; pp. 73-78

Milne D. J., PHD Thesis: *Underground Design and Deformation Based on Surface Geometry*, The Faculty of Graduate Studies, **1997**, The University of British Columbia, Vancouver, Canada

NGI, Norwegian Geotechnical Institute, *Rock mass classification and support design*, **2015**, Oslo, Norway

Hoek, E., Brown, E.T. Empirical Strength Criterion for Rock Masses in *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, **1980**

Hoek, E., and Brown, E.T. Practical estimates of rock mass strength: *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, **1997**, v. 34, p. 1165-1186.

Грујић, М., *Транспорт и извоз у рудницама*, **1999**, Универзитет у Београду – Рударско – геолошки факултет, Београд

Chudek, M., *Obudowa wyrobisk gorniczyzh – Cześć 1.*, **1986**, Wzdownictwo “Ślask”, Katowice, Poland

Zxminesupport, Website, **2023**, Доступно на сајту: [www.zxminesupport.com/USteelArch.html](http://www.zxminesupport.com/USteelArch.html) Приступљено: 05.04.2023.

Brady B.H.G. and Brown E.T. *Rock Mechanics for Underground Mining*, Springer Dordrecht, Springer Science+Business Media, **2006**, B.V. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-2116-9>

Heim, A. Untersuchungen über den Mechanismus der Gebirgsbildung im Anschluss an die geologische Monographie der Tödi-Windgällen-Gruppe (2 vols), **1878**, Basel: Schwabe

Турчинков, И.А. Иофис, М.А. Каспарьях, Е.В. *Основы механики горьх пород*, **1977**, Недра, Ленинград

Пешић, Л. *Опита геологија – ендодимика*, **2002**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет, Београд

Dev, H., Singh, R. i Sati, S. Optimisation of orientation for large underground caverns in Recent Advances in Rock Engineering (RARE 2016), **2016**, Atlantis Press, DOI <https://doi.org/10.2991/rare-16.2016.45>, pp. 285-290

Трајковић, С., Слимак Ш., Лутовац С. Техника минирања и потреси, **2005**, Универзитет у Београду – Рударско-Геолошки факултет, Београд

Heidbach, O., Rajabi, M., Reiter, K., Ziegler, M., WSM Team, World Stress Map Database Release **2016**. V. 1.1. GFZ Data Services. <https://doi.org/10.5880/WSM.2016.001>

Bolt, B. A. *Earthquakes*, **1999**, Freeman, New York, 1999.

Caudle, R.D., and Clark, G.B. *Stresses around Mine Openings in Some Simple Geological Structures*, **2007**, University of Illinois, USA

Brown, E.T. and Hoek, E. Trends in relationships between measured rock in situ stresses and depth. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. **1978**, Abstr. 15, pp.211-215

Rocscience, Електронска презентација, **2022**, доступна на сајту [<https://www.rocscience.com/>], приступљено [13.10.2022.]

Bentley, Електронска презентација, **2022**, доступна на сајту [<https://www.bentley.com/software/plaxis-3d/>], приступљено [13.10.2022.]

Радојевић, Ј. *Механика стена*, **1989**, Универзитет у Београду – Рударско-Геолошки факултет, Београд

Трифунковић П., Токалић Р., Ђукановић. Н. Материјали у рударству, **2009**, Универзитет у Београду – Рударско-Геолошки факултет, Београд

Ибришимовић, З. *Подземни притисци*, **2006**, Универзитет у Тузли – Рударско-геолошко-грађевински факултет, доо „Соруџит“ Тузла

Борисов, А.А. *Механика горьх пород и маџивов*, **1968**, Недра, Москва

Crnogoras, L.; Tokalić, R.; Gligorić, Z.; Milutinović, A.; Lutovac, S.; Ganić, A. Gate Road Support Deformation Forecasting Based On Multivariate Singular Spectrum Analysis And Fuzzy Time Series. *Energies* **2021**, 14, 3710. <https://doi.org/10.3390/en14123710>

Ганић, А. *Геодезија са рударским мерењима*, **2011**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет, Београд

Службени гласник РС, Правилник о начину вршења рударских мерења, **1997**, „Службени Гласник Републике Србије“, бр. 40/97

Ganić, A., Milutinović, A., Tokalić, R., Ognjanović, S. Measuring methods for cross sections of underground mine chambers, *Underground mining engineering*, 19, pp. 101-108, **2011**, University of Belgrade – Faculty of Mining and Geology, Belgrade

Chen, J. and Clarke, K. C. Rapid 3D Modeling Using Photogrammetry Applied to Google Earth In: *Proceedings, AutoCarto2016. The 19th International Research Symposium on Computer-based Cartography*, **2016**, Albuquerque, New Mexico, USA

Mikhail, E. M., Bethel, J. S., McGlone, J. C. *Introduction to Modern Photogrammetry*, **2001**, Wiley & Sons, Inc. New York, USA. ISBN: 10.0471309249

Crnogorac, L., Gojković, Z., Milutinović, A., Ganić, A., Tokalić, R. 3D Modeling Of Terrain And Spatial Visualization Of Underground Facilities At The „Crveni Breg“ Mine, *Underground mining engineering*, 33, pp. 17-30, **2018**, University of Belgrade – Faculty of Mining and Geology, Belgrade

AGISOFT LLC, Metashape – photogrammetric processing of digital images and 3D spatial data generation. **2022**, Електронска страница, доступно на сајту [<http://www.agisoft.com/>], приступљено [19.10.2022.]

Slaker, B. A., Mohamed, K. M. A practical application of photogrammetry to performing rib characterization measurements in an underground coal mine using a DSLR camera. In: *International Journal of Mining Science and Technology*, Volume 27, Issue 1, January **2017**, pp. 83-90, Elsevier. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2016.09.032>

García-Luna, R., Senent, S., Jurado-Piña, R., Jimenez, R. Structure from Motion photogrammetry to characterize underground rock masses: Experiences from two real tunnels, in: *Tunnelling and Underground Space Technology*, Volume 83, January **2019**, pp. 262-273, Elsevier. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.tust.2018.09.026>

Gurgel, M. J. M., Preusse, A. New opportunities and challenges in surveying underground cavities using photogrammetric methods, In: *International Journal of Mining Science and Technology*, Volume 31, Issue 1, January **2021**, pp. 9-13, Elsevier. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2020.12.005>

Topcon, Електронска страница, **2022**, доступно на сајту [[https://www.topconpositioning.com/sites/default/files/product\\_files/os\\_series\\_broch\\_7010\\_2098\\_rev\\_c\\_sm.pdf/](https://www.topconpositioning.com/sites/default/files/product_files/os_series_broch_7010_2098_rev_c_sm.pdf/)], приступљено [19.10.2022.]

Feng, Q. Practical Application Of 3d Laser Scanning Techniques To Underground Projects, **2012**, Rock Engineering Research Foundation Stiftelsen Bergteknisk Forskning, BeFo Report, Stockholm 2012, ISSN: 1104 – 1773



Gorokhova, E. Geomonitoring of Engineering Structures and Forecasting Their Deformations Using Laser Scanning Data. In: Proceedings of 2nd International Workshop: Integration of Point and Area-wise Geodetic Monitoring for Structures and Natural Objects, **2015**, Siberian State University of Geosystems and Technologies; Institute of Engineering Geodesy

Cosso, T., Ferrando, I. and Orlando, A. Surveying and mapping a cave using 3D Laser scanner: The open challenge with free and open source software, in: The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XL-5, **2014**, ISPRS Technical Commission V Symposium, 23 – 25 June 2014, Riva del Garda, Italy

Kajzer, V., Kukutsch, R. and Heroldova, N. Verifying The Possibilities Of Using A 3d Laser Scanner In The Mining Underground, in: Acta Geodyn. Geomater., **2015**, Vol. 12, No. 1 (177), pp. 51-58

Dunn, M., Reid, P. and Malos, J. Development of a Protective Enclosure for Remote Sensing Applications – Case Study: Laser Scanning in Underground Coal Mines, in: Resources **2020**, 9, 56, DOI: 10.3390/resources9050056, MDPI

Csiro, Електронска страница, **2022**, доступно на сајту [<https://www.csiro.au/en/work-with-us/industries/mining-resources/sensing/exscan>], приступљено [19.10.2022.]

ABC, Електронски чланак, **2019**, доступно на сајту [<https://www.abc.net.au/news/2019-11-03/coal-mining-csiro-exscan-3d-laser-scanner-invention/11649104>], приступљено [19.10.2022.]

Kukutsch, R., Konicek, P., Waclawik, P., Ptáček, J., Kajzer, V. Possibility of convergence measurement of gates in coal mining using terrestrial 3D laser scanner, in: Jorunal of Sustainable Mining XXX, **2015**, pp. 1-8, Elsevier, DOI: 10.1016/j.jsm.2015.08.005

Leica, Електронска страница, **2022**, доступно на сајту [<https://leica-geosystems.com/products/laser-scanners/scanners>], приступљено [19.10.2022.]

Pinpin, Li., Wenge, Q., Yunjian, C., Feng, L. Application of 3D Laser Scanning in Underground Station Cavity Cluster, Advanced Tunneling Techniques and Information Modelling of Underground Infrastructure, **2021**, Hindawi, DOI: <https://doi.org/10.1155/2021/8896363>

Zofre, Електронска страница, **2022**, доступно на сајту [<https://www.zofre.de/en/laser-scanners/3d-laser-scanner/z-f-imagerr-5006ex>], приступљено [19.10.2022.]

Aniwwa, Електронска страница, **2022**, доступно на сајту [<https://www.aniwaa.com/product/3d-scanners/zoller-frohlich-z-f-imager-5006ex/>], приступљено [19.10.2022.]

Guo, J., Jizhou, J., Wu, L., Wenhui, Z., Wei, L. 3D Modeling For Mine Roadway From Laser Scanning Point Cloud, in: 2016 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), **2016**, Electronic ISSN: 2153-7003, IEEE, Beijing, China, DOI: 10.1109/IGARSS.2016.7730160

NSSACANADA, Електронска страница, **2022**, доступно на сајту [https://www.nsscanada.com/product/leica-reflective-targets/], приступљено [19.10.2022.]

Smith Surveying Equipment, Електронска страница, **2022**, доступно на сајту [https://smithsurveyingequipment.co.uk/shop/surveying-accessories/marking/leica-gzm30-self-adhesive-reflective-target-40mm-x-40mm-763533/], приступљено [19.10.2022.]

Nuttens, T., De Wulf, A., Bral, L., De Wit, B., Carlier, L., De Ryck, M., Stal, C., Constales, D., De Becker, H. High resolution terrestrial laser scanning for tunnel deformation measurements, in: FIG Congress 2010 – Facing the challenges – Building Capacity, Sydney, Australia, 1-16 April **2010**. Доступно на сајту [http://fig.net/resources/proceedings/fig\_proceedings/fig2010/papers/ts04d/ts04d\_nuttens\_dewulf\_et\_al\_4497.pdf], приступљено [19.10.2022.]

Montgomery, D., Jennings, C., Kulachi, M. Introduction to Time Series Analysis and Forecasting, **2015**, John Wiley & Sons

Ashworth, R., Boyne, G., Entwistle, T. Public Service Improvement – Theories and Evidence, **2010**, Oxford University Press, New York

Ковачић, З. Анализа временских серија, **1995**, Универзитет у Београду – Економски факултет (345)

Марковић, Д., Видановић, Н., Трајковић, С., Томашевић, А. Резултати истраживања деформације контуре подземних просторија у условима јаме „Равна Река“ у Стабилност подземних просторија, **1992**, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет

Институт за водопривреду „Јарослав Черни“, Интерцептор „Ушће – Велико село“ Техничко осматрање деонице од km 6+800 до km 12+520.3 у току изградње – Трећи извештај о извршеним мерењима са анализом и интерпретацијом резултата, **2011**

Hassani, H., Heravi, S. and Zhigljavsky, A. Forecasting European Industrial Production with Multivariate Singular Spectrum Analysis in: International Journal of Forecasting 25(1), **2009**, pp. 103-118, Elsevier, DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2008.09.007>

Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. *Time series Analysis: Forecasting and Control*. **1976**, Revised Edition, San Francisco: Holden-Day

Newbold, P. and Granger, C.W.P. Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts in *Journal of the Royal Statistical Society, A* 137, **1974**, pp. 131-146

Parzen, E. ARAMA Models for Time Series Analysis and Forecasting in *Journal of Forecasting*, 1, **1982**, pp. 66-82

Alexandrov, T., Golyandina, N. and Spirov, A. Singular Spectrum Analysis of Gene Expression Profiles of Early *Drosophila embryo*: Exponential-in-Distance Patterns in:

Research Letters in Signal Processing, **2008**, Vol. 2008, Hindawi Publishing Corporation, DOI: 10.1155/2008/825758

Deng, J. Control Problems of Grey Systems. *Systems & Control Letters*, **1982**, 1, 288-294. [http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6911\(82\)80025-X](http://dx.doi.org/10.1016/S0167-6911(82)80025-X)

Штрбац-Савић, Ј. Прогноза оперативне ефикасности активног подземног рудника заснована на теорији сивих система, **2016**, докторска дисертација, Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет

Zhang, L.; Wang, L.; Zheng, Y.; Wang, K.; Zhang, X.; Zheng, Y. Time Prediction Models for Echinococcosis Based on Gray System Theory and Epidemic Dynamics. *Int. J. Environ. Res. Public Health* **2017**, 14, 262. <https://doi.org/10.3390/ijerph14030262>

Changyong, L., Dongxiao G., Isabelle B., Xingguo L., Chunrong Z., Wenen C., Integrating gray system theory and logistic regression into case-based reasoning for safety assessment of thermal power plants, *Expert Systems with Applications*, Volume 39, Issue 5, **2012**, Pages 5154-5167, ISSN 0957-4174, <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2011.11.025>

Mo, D., Jiang, QY., Li, DQ. *et al.* Controlled-source electromagnetic data processing based on gray system theory and robust estimation. *Appl. Geophys.* 14, 570–580, **2017**. <https://doi.org/10.1007/s11770-017-0646-5>

Yonghong H., Tian-Chyi J. Y., Zongqiang G., Yanrong W., Ying Z., A gray system model for studying the response to climatic change: The Liulin karst springs, China, *Journal of Hydrology*, Volume 328, Issues 3–4, **2006**, Pages 668-676, ISSN 0022-1694, <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.01.022>

H. Citakoglu and A. Aydemir, "Determination of Monthly Wind Speed of Kayseri Region With Gray Estimation Method," **2019 IEEE Jordan International Joint Conference on Electrical Engineering and Information Technology (JEEIT)**, Amman, Jordan, 2019, pp. 415-420, doi: 10.1109/JEEIT.2019.8717421.

Xinping X., Huiming D., Jianghui W., A novel car-following inertia gray model and its application in forecasting short-term traffic flow, *Applied Mathematical Modelling*, Volume 87, **2020**, Pages 546-570, ISSN 0307-904X, <https://doi.org/10.1016/j.apm.2020.06.020>.

Salokolaie, D., and Vali, A. Identification and Prioritization of Risk in Civil Projects Using Gray System Theory in *Specialty Journal of Architecture and Construction*, **2019**, Science Arena Publications, Vol., 5(2), pp. 85-100

Y. Lingbin, Z. Xia and W. Jin, "Prediction of the Number of International Tourists in China Based on Gray Model (1,1)," *2009 International Conference on Electronic Commerce and Business Intelligence*, Beijing, China, **2009**, pp. 357-360, doi: 10.1109/ECBI.2009.34.

Xianmin W., Zaikang C., Changzhi Y., Youming C., Gray predicting theory and application of energy consumption of building heat-moisture system, *Building and Environment*, Volume 34, Issue 4, **1999**, Pages 417-420, ISSN 0360-1323, [https://doi.org/10.1016/S0360-1323\(98\)00037-7](https://doi.org/10.1016/S0360-1323(98)00037-7).

- Hao, Y., Yeh, TCJ., Wang, Y., Zhao, J. Analysis of karst aquifer spring flows with a gray system decomposition model ground water. **2007** *Groundwater* 45(1):46-52
- P. Liu, G., Geng, Y., Wang, Y. and J. Cui, "Life prediction on protective coating of steel bridge based on gray system theory," **2007** IEEE International Conference on Grey Systems and Intelligent Services, Nanjing, China, 2007, pp. 712-717, doi: 10.1109/GSIS.2007.4443367.
- S. Zhang, M. Gao and X. Wang, "The Real Estate Market Forecast of Shenyang Based on Gray System Theory," 2010 International Conference on Management and Service Science, Wuhan, China, **2010**, pp. 1-4, doi: 10.1109/ICMSS.2010.5577175.
- X. Pei, J. Liu, D. Zhang, L. Wang and X. Wang, "A robot ultrasonic mapping method based on the gray system theory," 2010 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Xi'an, China, **2010**, pp. 1245-1249, doi: 10.1109/ICMA.2010.5589942.
- Gligorić, Z. Milojević, J. And Beljić, Č. Testing the Correlation Between Mean Reversion Process and Grey System Theory for Metal Price Forecasting in Underground Mining Engineering 24, **2014**, pp. 61-71, ISSN 0354-2904
- Xiao, Y. and Jin, Z.Z. The Forecast Research of Linear Regression Forecast Model in National Economy. *Open Access Library Journal*, 8, 1-17. **2021** doi: 10.4236/oalib.1107797
- Huang, CJ., Chen, PW. & Pan, WT. Using multi-stage data mining technique to build forecast model for Taiwan stocks. *Neural Comput & Applic* 21, 2057-2063, **2012**, <https://doi.org/10.1007/s00521-011-0628-0>
- Britannica, **2023**, On-line encyclopedia, Available at: [<https://www.britannica.com/science/stochastic-process>], Accessed [06.02.2023.]
- Lamperti, J., **1977**, *Stochastic Processes: A Survey of the Mathematical Theory*, ISBN: 978-1-4684-9358-0, Springer-Verlag, pp. 1-2
- Чупић, М. И Сукновић, М., **2008**, *Одлучвање*, Универзитет у Београду – Факултет организационих наука
- Deng, J. *Grey Control Systems*, Press of Huazhong University of Science and Technology **1985**, Wuhan
- Deng, J. Introduction to Grey system theory. *The Journal of Grey System* **1989**, 1, 1-24.
- Liu, S.; Forrest, J.; Yang, Y. A brief introduction to grey systems theory. *Grey Systems: Theory and Application* **2012**, Vol. 2 No. 2, pp. 89-104. <https://doi.org/10.1108/20439371211260081>
- Schilling, R. *Brownian Motion: A Guide to Random Processes and Stochastic Calculus*, **2021**, De Gruyter. DOI: <https://doi.org/10.1515/9783110741278>
- Gligorić, Z.; Gligorić, M.; Halilović, D.; Beljić, Č.; Urošević, K. Hybrid Stochastic-Grey Model to Forecast the Behavior of Metal Price in the Mining Industry. *Sustainability* **2020**, 12, 6533. <https://doi.org/10.3390/su12166533>
- Maruyama, G. Continuous Markov processes and stochastic equations. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo* **1955**, 4:48-90

Montaño, J.; Palmer, A.; Sesé A.; Cajal B. Using the R-MAPE index as a resistant measure of forecast accuracy, *Psicothema* **2013**, 25 (4): pp. 500-506. <https://doi.org/10.7334/psicothema2013.23>

Lewis, C. *Industrial and business forecasting methods*, 1982 edition, Publisher: Butterworths, London, United Kingdom, **1982**, p. 40

Khan, M.; Poskitt, D. Window Length Selection and Signal-Noise Separation and Reconstruction in Singular Spectrum Analysis. *Monash Econometrics and Business Statistics Working Papers* **2011**, No 23/11, Monash University, Department of Econometrics and Business Statistics

Wang, R.; Ma, H.; Liu, G.; Zuo, D. Selection of window length for singular spectrum analysis, *Journal of the Franklin Institute* **2015**, Volume 352, Issue 4, 2015, Pages 1541-1560, ISSN 0016-0032, <https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2015.01.011>

Hassani, H.; Mahmoudvand, R.; Zokaei, M. Separability and window length in singular spectrum analysis *Comptes Rendus Mathematique* **2011**, Volume 349, Issues 17-18, 2011, Pages 987-990, ISSN 1631-073X, <https://doi.org/10.1016/j.crma.2011.07.012>

Wooldridge, J. *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, 5th Edition, Mason, Ohio: South-Western Cengage Learning, USA, **2012**, pp. 432-433, ISBN-13: 978-1-111-53104-1

Lee, S.; Rizal, S.; Ahn, H. Analysis of the Position Estimation Error of a Local Positioning System utilizing Mobile Anchors. *Preprints* **2018**, 2018100086 DOI: 10.20944/preprints201810.0086.v1

Zeng, Y.; Tian, W.; Liao, W. Positional error similarity analysis for error compensation of industrial robots, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* **2016**, Volume 42, 2016, Pages 113-120, ISSN 0736-5845, <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2016.05.011>

## БИОГРАФИЈА

Лука (Рајко) Црногорац, мастер инжењер рударства рођен је 03. јуна 1993. године, у Београду. Основну школу „Светозар Марковић“ је завршио 2008. године у Београду. Осму београдску гимназију је завршио 2012. године у Београду. Дипломирао је на Рударско-геолошком факултету у Београду 2016. године на модулу за подземну градњу, са просечном оценом 8,14 и оценом 10 на одбрани завршног рада „Израда истражног ходника ИХ-1 на школском руднику „Црвени брег“ на Авали“. Представљао је Рударско-геолошки факултет на међународном такмичењу „Mining Knowledge Tournament 2016“ у Пољској. Током основних студија обављао је стручну праксу у предузећу Рудник и флоатација „Рудник“ доо и у Ирану у компанији LESA Co.

Звање мастер инжењера рударства стиче 2017. године, по завршетку мастер студија на Рударско-геолошком факултету, на модулу за подземну градњу, са просечном оценом 9,90 и оценом 10 на одбрани завршног рада „Израда тунела „Вишњица“ са посебним освртом на подграђивање“. Добитник је награде Рударско-геолошког факултета за постигнут изузетан успех на мастер академским студијама.

Докторске академске студије на студијском програму Рударско Инжењерство, на Рударско-геолошком Факултету уписује 2017. године.

На Катедри за рударске радове и израду подземних просторија се запошљава 2017. године у својству сарадника у настави. У својству асистента запослен је на истој Катедри од 2018. године, при чему је задужен за извођење вежби из групе предмета који ораганизационо припадају Катедри. Поред одржавања вежби задужен је за извођење теренске наставе. Од 2017. до 2018. године обавља дужност секретара Катедре (2017.-2018.), од 2018. године обавља дужност руководиоца Лабораторије за подграђивање, руководиоца посебне јединице „Збирка рударских експоната“, од 2018. до 2022. обављао је дужност члана савета Рударско-геолошког факултета. Од 2022. члан је Комисије за праћење и унапређење квалитета наставе на Рударско-геолошком факултету. Технички је уредник часописа Подземни радови од 2020. године

У оквиру докторских студија бави се стратешким управљањем функционалности подземних просторија моделом прогнозе деформација. Научноистраживачки рад је усмерен на ужу научну област рударски радови, израда подземних просторија и рударски материјали.

Као аутор или коаутор објављује стручне и научне радове. Учествоје у изради већег броја студија, пројеката и техничких контрола.

# Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Лука Црногорац

Број индекса P707/17

## Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Стратешко планирање функционалности подземних просторија моделом прогнозе деформација

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис аутора**

У Београду, 24.04.2023.

---

# Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Лука Црногорац

Број индекса P707/18

Студијски програм Рударско инжењерство

Наслов рада Стратешко планирање функционалности подземних просторија  
моделом прогнозе деформација

Ментори проф. др Раде Токалић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис аутора**

У Београду, 24.04.2023.

---



## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Стратешко планирање функционалности подземних просторија моделом прогнозе деформација

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
- ③. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

**Потпис аутора**

У Београду, 24.04.2023.

---